

$$x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2x = 3 - \sqrt{5}$$

$$2x - 3 = -\sqrt{5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} 4x^2 - 12x + 9 = 5$$

$$4x^2 - 12x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - تشکیل معادله درجه دوم) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

رأس سهمی:  $S(1, 2)$

$$f(x) = a(x-m)^2 + k \Rightarrow f(x) = a(x-1)^2 + 2$$

$$\text{نقطه} \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases} \in f: 3 = a(0-1)^2 + 2 \Rightarrow a=1$$

$$f(x) = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$2a - 2b + c = 2(1) - 2(-2) + 3 = 9$$

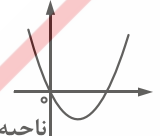
(میرزایی) (نمودار درجه دوم - ضابطه سهمی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

$$\xrightarrow{x^2=t} 2t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق} \quad t = -\frac{1}{2}; x^2 = -\frac{1}{2} \\ t = 5; x^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{5} \\ x_2 = -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = (\sqrt{5})(-\sqrt{5}) = -5 \end{cases}$$

(میرزایی) (معادله دومجذوری - حل معادله دومجذوری) (آسان)

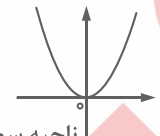
۴- گزینه «۱» - چون در ضابطه سهمی  $C=0$ ، نمودار سهمی از مبدأ می‌گذرد و از ناحیه سوم هم عبور نکند، پس به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:



ناحیه سوم

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ضریب } x^2 > 0 \Rightarrow a > 0 \\ \text{ضریب } x < 0 \Rightarrow 2a + 3 < 0 \Rightarrow a < -\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a \in \emptyset \text{ (I)}$$

یا

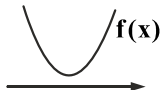


ناحیه سوم

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ضریب } x^2 > 0 \Rightarrow a > 0 \\ \text{ضریب } x = 0 \Rightarrow 2a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a \in \emptyset \text{ (II)}$$

$$(I) \cup (II) \Rightarrow a \in \emptyset$$

(سراسری داخل کشور تجربی - ۱۴۰۱) (نمودار درجه دوم - نمودار درجه دوم) (متوسط)



(I)  $k > 0 \Rightarrow$  باید ضریب  $x^2$  مثبت باشند.

نمودار ترسیم شده، محور  $x$ ها را قطع نمی کند، پس:

$$\Delta < 0: 4 - 4k(k-1) < 0 \Rightarrow 2 - k(k-1) < 0 \Rightarrow 2 - k^2 + k < 0$$

$$k^2 - k - 2 > 0$$

k	-1	2
$k^2 - k - 2$	+	-
	چ	چ
$k < -1 \cup k > 2$ (II)		

$$(I) \cap (II) \rightarrow k > 2$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۱» -

$$S = \frac{1}{3}, P = -\frac{1}{3}$$

$$\text{صورت کسر} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} + \frac{2}{9} = \frac{10}{27}$$

$$x = \beta \xrightarrow{\text{صدق ریشه}} 3\beta^2 - \beta - 1 = 0 \Rightarrow 3\beta^2 = \beta + 1$$

$$\text{مخرج کسر} = 3\alpha^2 + (\beta + 1) = 3\alpha^2 + 3\beta^2 = 3(\alpha^2 + \beta^2) = 3(S^2 - 2P) = 3\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9}\right) = \frac{7}{3}$$

$$\text{عبارت} = \frac{\frac{10}{27}}{\frac{7}{3}} = \frac{10}{63}$$

(میرزایی) (معادله درجه دوم - رابطه بین ضرایب و ریشه‌ها) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+1}{x}$$

$$x(x+5)\left(\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} - \frac{x+1}{x}\right)$$

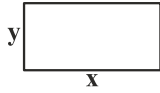
$$3x+5+x^2+4x = x^2+6x+5$$

$$x = 0 \text{ (ریشه مخرج) غق ق}$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گویا) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - بنا به تعریف مستطیل طلایی (تعریف در صفحه ۱۹ کتاب درسی):

$$\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x}$$



با فرض این که  $y = 1$  باشد، داریم:

$$\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x}$$

$$x^2 = x+1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{عدد طلایی} = \frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}{1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

(میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - مستطیل طلایی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -  $t_1$ : مدت زمان کارکرد کارگر اول

$t_2$ : مدت زمان کارکرد کارگر دوم

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_1+15} = \frac{1}{4}$$

$$4t_1(t_1+15)\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_1+15} = \frac{1}{4}\right) \Rightarrow 4(t_1+15) + 4t_1 = t_1(t_1+15)$$

$$4t_1 + 60 + 4t_1 = t_1^2 + 15t_1 \Rightarrow t_1^2 + 7t_1 - 60 = 0$$

$$(t_1+12)(t_1-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -12 \text{ غ ق ق} \\ t_1 = 5 \text{ روز} \end{cases}$$

(کتاب همراه علوی) (معادلات گویا و گنگ - کاربرد معادلات گویا) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\sqrt{3a+16} = 1-2a \xrightarrow[\text{بررسی کنید.}]{\text{به توان ۲}} 3a+16 = 1-4a+4a^2 \Rightarrow 4a^2-7a-15=0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \xrightarrow{\text{بررسی جواب}} \text{غ ق ق} \\ a = 3 \xrightarrow{\text{بررسی جواب}} \text{ق ق} \end{cases}$$

$$a = 3: 4a + 9 = 12 + 9 = 21$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۸) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (آسان)

۱۱- گزینه «۳» -

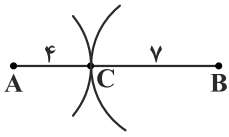
$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \Rightarrow \sqrt{3x+1} = 4 - \sqrt{x+3} \xrightarrow[\text{بررسی کنید.}]{\text{به توان ۲}} 3x+1 = 16+x+3 - 8\sqrt{x+3}$$

$$8\sqrt{x+3} = 18-2x \Rightarrow 4\sqrt{x+3} = 9-x \xrightarrow[\text{بررسی کنید.}]{\text{به توان ۲}} 16(x+3) = 81+x^2 - 18x$$

$$x^2 - 34x + 33 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \xrightarrow{\text{بررسی جواب}} \text{صدق در معادله} \\ x = 33 \xrightarrow{\text{بررسی جواب}} \text{غ ق ق} \end{cases}$$

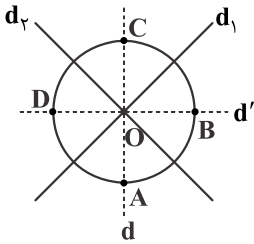
(میرزایی) (حل معادلات گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - به مرکز A با شعاع ۴ یک دایره می‌زنیم و از مرکز B و به شعاع ۷ نیز دایره‌ای دیگر می‌زنیم، این دو دایره در نقطه C (یک نقطه) در پاره خط AB بر هم مماس می‌شوند، که C شرایط مسئله را دارد (پس فقط یک نقطه وجود دارد).



(میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال) (متوسط)

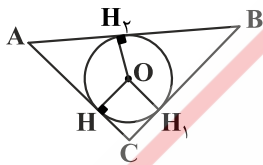
۱۳- گزینه «۳» - محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث مرکز این دایره محیطی است. (میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال) (متوسط)  
 ۱۴- گزینه «۱» -



دو خط  $d_1$  و  $d_2$  متقاطع هستند (در نقطه O).  $d$  و  $d'$  نیمسازهای زاویه‌های حاصل از تقاطع آن‌ها (خطوط  $d_1$  و  $d_2$ ) می‌باشد. محل تلاقی

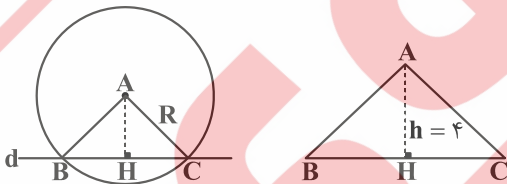
دایره به شعاع ۴ و مرکز O با خطوط  $d$  و  $d'$  جواب‌های مسئله هستند. (میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» - چون O روی نیمساز زاویه A هست، پس  $OH_1 = OH_2$  و چون O روی نیمساز زاویه C است، پس  $OH_1 = OH_2 = OH$  می‌باشد، در نتیجه  $OH_1 = OH_2 = OH$  است، پس دایره‌ای به مرکز O و شعاع OH رسم شود، از سه نقطه  $H_1$ ،  $H_2$  و H عبور می‌کنند و دایره بر این سه ضلع مماس است.



(تمرین کتاب درسی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال) (دشوار)

۱۶- گزینه «۲» - یادآوری: در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر ضلع سوم همان میانه وارد بر ضلع سوم است.



$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} (4) \times BC \Rightarrow BC = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta ACH : AC^2 = CH^2 + AH^2 \Rightarrow AC^2 = (2)^2 + (4)^2 = 20 \Rightarrow AC = 2\sqrt{5} \Rightarrow R = 2\sqrt{5} \text{ شعاع}$$

(تمرین کتاب درسی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی و استدلال) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - طرفین وسطین نماید:

$$6ab + 14a + 30b + 70 = 6ab + 21a + 20b + 70 \Rightarrow -7a = -10b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{10}{7}$$

(میرزایی) (هندسه - نسبت و تناسب) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» - بنا به قضیه تالس داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{2x-2}{4} = \frac{12}{6} \Rightarrow 2x-2=8 \Rightarrow x=5$$

بنا به قضیه تالس داریم:

$$MN \parallel BC: \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

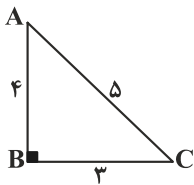
$$\frac{12}{18} = \frac{y+4}{9} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{y+4}{9} \Rightarrow 3y+12=18 \Rightarrow y=2$$

$$x+y=5+2=7$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

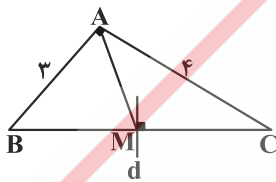
۱۹- گزینه «۲» -

گزینه «۱»: مثال نقض گزینه «۱» در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، ارتفاع ضلع  $BC$  می‌باشد که بزرگ‌تر از  $BC$  است.



گزینه «۲»: درست است، چون در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع‌ها یکدیگر را روی محیط مثلث و در رأس قائمه قطع می‌کنند.

گزینه «۳»: مثال نقض گزینه «۳» به‌طور نمونه در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، میانه  $AM$  و خط  $d$  عمود منصف هستند و بر هم منطبق نیستند.



گزینه «۴»: در مورد گزینه «۴» باید گفت در تمام مثلث‌ها محل تلاقی میانه‌ها داخل مثلث است و هیچ مثلثی یافت نمی‌شود که محل تلاقی

میانه‌ها خارج مثلث یکدیگر را قطع کنند. (میرزایی) (هندسه - مثال نقض) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - بنا به قضیه تالس:

$$EF \parallel BC: \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{5-x} \Rightarrow y^3 = 20 - 4x \text{ (I) رابطه}$$

بنا به قضیه تالس:

$$EF \parallel BC: \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{y+4} = \frac{x+1}{y+x+1} \Rightarrow 4y+4x+4 = xy+4x+y+4 \Rightarrow 3y = x \cdot y \Rightarrow x=3$$

$$\xrightarrow{x=3} \text{رابطه (I)} y^3 = 20 - 12 = 8 \Rightarrow y=2$$

$$y - 2x = 2 - 2(3) = -4$$

(سراسری داخل کشور تجربی - ۱۴۰۰) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)