

آمار و احتمال

۱- گزینه «۲» -

$$\text{الف) } b \vee [(a \wedge \sim c) \wedge d] \equiv F \vee [(T \wedge F) \wedge T] \equiv F$$

$$\text{ب) } a \wedge [(c \wedge d) \wedge (a \vee b)] \equiv T \wedge [(T \wedge T) \wedge (T \vee F)] \equiv T$$

می‌دانیم تنها d نادرست است، پس:

$$\text{ج) } c \wedge [(b \wedge c) \vee (a \wedge \sim d)] \equiv T \wedge [(F \wedge T) \vee (T \wedge F)] \equiv F$$

$$\text{د) } (b \wedge \sim d) \vee [(a \vee \sim c) \wedge (\sim b \wedge \sim d)] \equiv (F \wedge F) \vee [(T \vee F) \wedge (T \wedge F)] \equiv F$$

(احمدی) (آشنایی با مبانی ریاضی)

۲- گزینه «۴» -

$$\text{گزینه «۴» } p \Rightarrow q \equiv \begin{cases} T \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \equiv F \\ F \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \equiv T \end{cases} \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q) \equiv F \Rightarrow \sim[\sim(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)] = T$$

(احمدی) (آشنایی با مبانی ریاضی)

۳- گزینه «۳» -

$$\sim[\forall x \forall y; (p \wedge q) \Rightarrow r] \equiv \exists x; \sim(\forall y; (p \wedge q) \Rightarrow r) \equiv \exists x; \exists y; \sim((p \wedge q) \Rightarrow r) \equiv \exists x, \exists y; \sim r \wedge p \wedge q$$

$$\Rightarrow \text{جواب: } \exists x \exists y; x < 1 \wedge x \geq y - 4 \wedge y \geq 5$$

(احمدی) (آشنایی با مبانی ریاضی)

۴- گزینه «۱» -

مثال نقض برای گزینه «۱»:

$$A = \{2, 3\}$$

$$B = \{1, 3\} \quad A \cap B = B \cap C \quad \text{ولی } A \neq B$$

$$C = \{3, 4, 5\}$$

(احمدی) (جبر مجموعه‌ها)

۵- گزینه «۴» -

$$A - \{B\} = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$P(A) = 2^3 = 8$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه سره} = 8 - 1 = 7$$

(سراسری) (زیرمجموعه‌ها)

۶- گزینه «۳» -

$$A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -n, 2^m \leq 2n\} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -1, 2^m \leq 2\} = \{0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -4, 2^m \leq 8\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A_8 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -8, 2^m \leq 16\} = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(A_8 - A_4) \cup \{A_1\} = \{-7, -6, -5, -4, 4, 0, 1\}$$

(سراسری) (مجموعه‌ها)

۷- گزینه «۴» -

۱ حالت $\Rightarrow 5$: ۱ افراز

$$\text{افراز } 2: 1, 4/2, 3 \Rightarrow \begin{cases} \binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5 \\ \binom{5}{2} \binom{3}{2} = 10 \end{cases}$$

$$\text{افراز } 3: 1, 1, 3/1, 2, 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} = 10 \\ \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = \frac{10 \times 3}{2} = 15 \end{cases}$$

۱ حالت $\Rightarrow 1, 1, 1, 1, 1$: ۵ افراز

۱۰ حالت $\Rightarrow 1, 1, 1, 2$: ۴ افراز

$$\text{تعداد کل افرازها} = 1 + (5 + 10) + (10 + 15) + 10 + 1 = 52$$

(احمدی) (افراز مجموعه‌ها)

$$P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$$

$$P(P(A)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{a\}\}, \{\{\emptyset, a\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{a\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, a\}\}, \{\{\emptyset\}, \{a\}\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, a\}\}, \{\{a\}, \{\emptyset, a\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, a\}\}, \{\{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}, \{\{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}\}$$

$$P(P(A)) - P(A) = 14$$

(احمدی) (زیرمجموعه‌ها)

$$A = \underbrace{\{a\}}_A, \underbrace{\{a\}}_C, \underbrace{\{a, \{a\}\}}_D$$

۹- گزینه «۲» - مجموعه A مجموعه‌ای است که از هر دو عضو دلخواه آن یکی عضو دیگری است.

مجموعه D پرعضوتربین عضو مجموعه است که ۲ عضو دارد. با بسط دادن این موضوع برای مجموعه‌های ۴ عضوی یک مجموعه ۳ عضوی پرعضوتربین است. پس اگر A ۱۰ عضو داشته باشد، پرعضوتربین آن ۹ عضو دارد.

$$\text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = 2^9 = 512$$

(احمدی) (مجموعه‌ها)

۱۰- گزینه «۲» -

$$(A \cup B) - C = (A \cap B) \cup C \Rightarrow (A \cup B) \cap C' = (A \cap B) \cup C$$

$$(A \cup B) \cap (C' \cap C) = ((A \cap B) \cup C) \cap C$$

$$(A \cup B) \cap \emptyset = (A \cap B \cap C) \cup (C \cap C) \Rightarrow [A \cap B \cap C] \cup C = \emptyset \Rightarrow C = \emptyset$$

از طرفی:

$$(A \cup B) \cap C' = (A \cap B) \cup C \Rightarrow ((A \cup B) \cap C') \cup C = ((A \cap B) \cup C) \cup C \Rightarrow [A \cup B \cup C] \cap (C' \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cup C = (A \cap B) \cup C$$

چون $C = \emptyset$ و $A \cup B = A \cap B$ (احمدی) (مجموعه‌ها) $A = B$