

آمار و احتمال

۱- گزینه «۲» $q \Leftrightarrow p$ زمانی دارای ارزش درست است که دو گزاره p و q هم‌ارزش باشند و زمانی دارای ارزش نادرست است که p و q دارای ارزش متفاوت باشند. ۱۳ عددی فرد و اول است، گزاره‌ای درست است، پس برای آن که $p \Leftrightarrow q$ ارزش نادرست داشته باشد، باید A دارای ارزش نادرست باشد. در ردیف دوم $\{1, 2\}$ دارای ارزش نادرست است و برای آن که $p \Leftrightarrow q$ ارزش درست داشته باشد، باید B ارزش نادرست داشته باشد، بنابراین دو گزاره A و B باید دارای ارزش نادرست باشند که تنها در گزینه «۲» این چنین است.

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{5}$$

هم‌چنین، هیچ عدد حقیقی وجود ندارد که $x^2 + 1 = 0$ شود.

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$$

عدد منفی عدد نامنفی

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس اول - گزاره‌ها) (دشوار)

۲- گزینه «۱» - می‌دانیم:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

p : n^3 مضرب ۳ می‌باشد. / q : n مضرب ۳ است.

n مضرب ۳ است $\Rightarrow n^3$ مضرب ۳ باشد

$$\equiv (\sim (n^3 \text{ مضرب } 3 \text{ نیست}) \Rightarrow \sim (n \text{ مضرب } 3 \text{ نباشد})) \equiv (n^3 \text{ مضرب } 3 \text{ نباشد}) \Rightarrow \sim (n \text{ مضرب } 3 \text{ باشد})$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس اول - گزاره‌ها) (ساده)

۳- گزینه «۳» - مثال نقض:

$$\text{گزینه «۱»}: 2 \neq 0 \Rightarrow (x=1, y=1 \Rightarrow x+y=2) \Rightarrow 2 \neq 0$$

گزینه «۲»: هیچ x ی نداریم که به‌ازای هر y مقدار $x+y$ برابر صفر شود.

گزینه «۳»: برای هر x قرینه آن $(-x)$ وجود دارد که رابطه $x+y=0$ برای آن برقرار است.

گزینه «۴»: برای $x=2$ هیچ y صحیحی وجود ندارد که $xy=1$ باشد.

(ایمانی) (فصل اول - درس اول - سورها) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$U = \{-1, 1, 2\}, p(x): x^2 < 2, q(x): x > 1$$

x	p	$\sim p$	q	$\sim q$	گزینه «۱» $p \vee q$	گزینه «۲» $\sim p \wedge \sim q$	گزینه «۳» $p \wedge q$	گزینه «۴» $\sim p \vee q$
-1	T	F	F	T	T	F	F	F
1	T	F	F	T	T	F	F	F
2	F	T	T	F	T	F	F	T

بنابراین فقط گزینه «۱» همواره درست می‌باشد. (ایمانی) (فصل اول - درس اول - سورها) (دشوار)

۵- گزینه «۲» -

$$\sim (\forall x \in (-\infty, 0): x + \frac{1}{x} \leq -2) \equiv \exists x \in (-\infty, 0): x + \frac{1}{x} > -2$$

این گزاره نادرست است به‌ازای x منفی $x + \frac{1}{x}$ بزرگ‌تر از -2 نمی‌شود. (ایمانی) (فصل اول - درس اول - نقیض گزاره‌های سوری) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست است، زیرا \emptyset فاقد عضو است ولی $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو \emptyset است.

گزینه «۲»: درست است، زیرا \emptyset زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

گزینه «۳»: درست است، زیرا \emptyset تنها عضو $\{\emptyset\}$ است.

گزینه «۴»: نادرست است، زیرا $\{\emptyset\}$ داخل مجموعه $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ وجود ندارد.

(فیروزی) (فصل اول - درس دوم - مبانی مجموعه‌ها) (ساده)

۷- گزینه «۱» -

$$\forall x \in A \Rightarrow x \notin B$$

پس می‌توان گفت:

$$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B') \equiv A \subset B'$$

(ایمانی) (فصل اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - ترکیبی مجموعه‌ها و گزاره‌ها) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -

الف) درست است، زیرا متوازی‌الاضلاعی که هم مستطیل و هم لوزی باشد، قطعاً مربع است.

ب) نادرست است، زیرا هر متوازی‌الاضلاعی لزوماً مستطیل یا لوزی نیست.

ج) درست است، زیرا هر مربع یک مستطیل است.

د) نادرست است، زیرا هر لوزی لزوماً مربع نیست.

پس با توجه به توضیحات فوق گزینه «۲» صحیح است. (فیروزی) (فصل اول - درس دوم - مبانی مجموعه‌ها) (متوسط)

۹- گزینه «۳» - با توجه به تعریف تساوی ۲ مجموعه داریم:

$$b+1=3 \Rightarrow b=2$$

$$\{a+1\} = \{b-1\} \xrightarrow{b=2} a+1=1 \Rightarrow a=0$$

$$\{a+1, c^2\} = \{1, 4\} \xrightarrow{a=0} \{1, c^2\} = \{1, 4\} \Rightarrow c^2 = 4 \Rightarrow |c| = 2$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس دوم - تساوی مجموعه‌ها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» - با توجه به تعاریف مجموعه‌های A و B و C داریم:

$$A = \{4k \mid k \in \mathbb{N}\} = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$B = \{4k + 2 \mid k \in \mathbb{N}\} = \{6, 10, 14, 18\}$$

$$C = \{4k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\} = \{3, 7, 11, 15, 19\}$$

پس مجموعه D برابر است با:

$$D = \{1, 2, 5, 9, 13, 17\} \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه های } D = 2^6 = 64$$

(فیروزی) (فصل اول - درس دوم - افرازاها) (متوسط)