

۱- گزینه «۲» - چون $x = -2$ یکی از صفرهای تابع است ابتدا می‌توانیم مقدار k را به دست آوریم:

$$-8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow y = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

حال عبارت به دست آمده را بر $(x+2)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - x - 2 \quad | \quad x+2 \\ \underline{-(x^3 + 2x^2)} \\ -x-2 \\ \underline{-(-x-2)} \\ 0 \end{array} \Rightarrow (x^3 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس دوم - صفرهای تابع)

۲- گزینه «۱» -

$$|2x^2 - 5x + 4| < 1 \Rightarrow -1 < 2x^2 - 5x + 4 < 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 4 < 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 < 0 \Rightarrow 1 < x < \frac{3}{2} \text{ (I)} \\ 2x^2 - 5x + 5 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - 5x + 5 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \text{ (II)} \end{cases}$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow 1 < x < \frac{3}{2} \Rightarrow x \in (1, \frac{3}{2}) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow ba = \frac{3}{2}$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس دوم و چهارم - معادله درجه دوم و قدر مطلق)

۳- گزینه «۳» - عبارت داده شده در صورت سؤال از دو عبارت با رادیکال‌های فرجه زوج تشکیل شده که هر دو بزرگ‌تر یا مساوی صفراند. چون

حالت مساوی صفر در سؤال خواسته شده، پس باید هر کدام از رادیکال‌ها مساوی صفر باشند، داریم:

$$\sqrt[4]{x^3 + x - 1} = 0 \Rightarrow x^3 + x - 1 = 0 \Rightarrow (x^3 - 8) + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(\underbrace{x^2 + 4 + 2x + 1}_{\Delta < 0}) = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

پس اشتراک دو جواب یعنی $x = 2$ جواب مسئله است. (رستمی‌کیا) (فصل اول - درس سوم - معادلات گویا و گنگ)

۴- گزینه «۲» - به ازای مقادیری از x ، نمودار تابع زیر محور x هاست که داشته باشیم $f(x) < 0$ ، پس:

$$(x-1)(x^2 + 2x - 8) < 0 \Rightarrow (x-2)(x+4)(x-1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -4 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & + & - & + \end{array}$$

بزرگترین بازه‌ای به صورت (a, b) که در آن $f(x)$ منفی است، بازه $(1, 2)$ است، پس:

$$b - a = 2 - 1 = 1$$

(سراسری ۸۸ - با تغییر) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۵- گزینه «۴» -

$$|a-2| + |x-1| = 4 \Rightarrow |a-2| + x - 1 = 4 \Rightarrow |a-2| = 5 - x$$

$$2 < x < 3 \Rightarrow -3 < -x < -2 \Rightarrow 2 < 5 - x < 3 \Rightarrow 2 < |a-2| < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |a-2| > 2 \Rightarrow \begin{cases} a-2 > 2 \Rightarrow a > 4 \\ a-2 < -2 \Rightarrow a < 0 \end{cases} \\ |a-2| < 3 \Rightarrow -3 < a-2 < 3 \Rightarrow -1 < a < 5 \end{cases} \xrightarrow{\cap} (-1, 0) \cup (4, 5)$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس چهارم - قدر مطلق و ویژگی‌های آن)

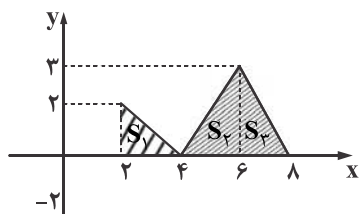
۶- گزینه «۳» - می‌دانیم $|x-1|^2 = (x-1)^2$ داریم:

$$|x-1|^2 - 5|x-1| + 4 = 0 \xrightarrow{|x-1|=t} t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-4) = 0$$

$$t = 1, t = 4 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \xrightarrow{t=|x-1|} |x-1| = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2 \\ t = 4 \xrightarrow{t=|x-1|} |x-1| = 4 \Rightarrow x = 5 \text{ یا } x = -3 \end{cases}$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس چهارم - قدر مطلق و ویژگی‌های آن)

۷- گزینه «۲» - S_1 را از قسمت منفی به قسمت مثبت دستگاه مختصات تصویر می‌کنیم.



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{2 \times 2}{2} = 2 \\ S_2 &= \frac{2 \times 3}{2} = 3 \\ S_3 &= \frac{2 \times 3}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = 8$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس دوم - روش هندسی حل معادلات)

۸- گزینه «۴» -

$$||x| - 2| < 5 \Rightarrow -5 < |x| - 2 < 5 \Rightarrow -3 < |x| < 7$$

$$\left\{ \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -3 < x < 7 \xrightarrow{\text{اشتراک با } x \geq 0} 0 \leq x < 7 \text{ (I)} \\ x < 0 &\Rightarrow -3 < -x < 7 \xrightarrow{x(-1)} -7 < x < 3 \xrightarrow{\text{اشتراک با } x < 0} -7 < x < 0 \text{ (II)} \end{aligned} \right. \Rightarrow \text{(I)} \cup \text{(II)} = -7 < x < 7$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس چهارم - نامعادله قدرمطلق)

۹- گزینه «۲» - برای این‌که یک عبارت درجه دوم همواره مثبت باشد، داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta < 0 &\Rightarrow 36 - 4(m-1) \times 3 < 0 \Rightarrow -12m + 48 < 0 \Rightarrow m > 4 \\ (m-1) > 0 &\Rightarrow m > 1 \end{aligned} \right.$$

از اشتراک دو جواب به‌دست آمده $m > 4$ (سراسری ۹۰ - با تغییر) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۱۰- گزینه «۲» - برای اینکه $f(x) < 2$ شود، داریم:

$$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x < 2x^2 + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 < 0 \Rightarrow -2 < x < 4$$

پس $a = -2$ و $b = 4$ در نتیجه داریم: $b - a = 6$. (سراسری ۸۸ - با تغییر) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۱۱- گزینه «۱» - چون محور x ها مماس است. پس $\Delta = 0$ و چون بالای محور x ها قرار دارد پس $a > 0$ است.

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta = 0 - 4(m)(m+1) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases} \\ m+1 > 0 &\Rightarrow m > -1 \end{aligned} \right. \xrightarrow{\cap} m = 0$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{aligned} A(-1, 6) \\ B(\Delta, 8) \end{aligned} \right\} \xrightarrow[\text{پاره خط}]{\text{نقطه وسط}} x_m = \frac{-1 + \Delta}{2} = 2 \quad y_m = \frac{6 + 8}{2} = 7$$

$$(2, 7) = \left(\frac{a+b}{6}, c \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{6} = 2 \Rightarrow a+b = 12 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 12+7 = 19$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس پنجم - مختصات نقطه وسط یک پاره خط)

۱۳- گزینه «۲» - ابتدا معادله خط را به‌صورت $4y + 3x - k = 0$ می‌نویسیم. طبق فرمول فاصله نقطه از خط داریم:

$$AH = \frac{|4(3) + 3(1) - k|}{\sqrt{16+9}} = 4 \Rightarrow \frac{|15-k|}{5} = 4 \Rightarrow |15-k| = 20 \Rightarrow \begin{cases} 15-k = 20 \Rightarrow k = -5 \\ 15-k = -20 \Rightarrow k = 35 \end{cases}$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله نقطه از یک خط)

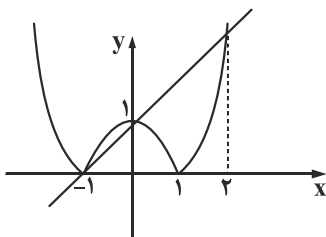
۱۴- گزینه «۴» - برای به‌دست آوردن شعاع می‌توانیم فاصله نقطه O را از خط مماس به‌دست آوریم:

$$\text{شعاع} = \frac{|6(3) + 8(0) - 3|}{\sqrt{36+64}} = \frac{|18-3|}{10} = \frac{15}{10} \xrightarrow{\times 2} \text{قطر} = 3$$

(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله نقطه از یک خط)

۱۵- گزینه «۱» - نمودار توابع $y_1 = x+1$ و $y_2 = |x^2 - 1|$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. به‌راحتی می‌توان فهمید که نقاط تلاقی این دو نمودار

نقاطی به طول $x=0$ و $x=-1$ و $x=2$ می‌باشند. حال با توجه به نامعادله داده شده فقط بازه $(-\infty, 0]$ و بازه $[2, +\infty)$ مجموعه جواب خواهد بود $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty) \Leftarrow$



(رستمی‌کیا) (فصل اول - درس دوم - حل معادله به کمک روش هندسی)

۱۶- گزینه «۴» - تابع معادله درجه دوم با شرط $a < 0$ دارای بیشترین مقدار است و مقدار آن برابر $\frac{-\Delta}{4a}$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} a < 0 \Rightarrow k+3 < 0 \Rightarrow k < -3 \\ \frac{-\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4(k+3)(k) = 0 \Rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases} \end{cases}$$

با توجه به این که $k < -3$ است، لذا $k = -4$ قابل قبول است. (سراسری ۸۳) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۱۷- گزینه «۳» - ابتدا مختصات نقطه M را به دست می آوریم:

$$M\left(\frac{5+8}{2}, \frac{6+3}{2}\right) = \left(\frac{13}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{BM} = M - B = \left(\frac{13}{2}, \frac{9}{2}\right) - (5, 3) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow |BM| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله بین دو نقطه)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0 \Rightarrow m+1 < 0 \Rightarrow m < -1 \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow 4+4m+4 = 4m+8 \leq 0 \Rightarrow m \leq -2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} m \leq -2$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۱۹- گزینه «۲» - دهانه سهمی رو به پایین است پس ضریب x^2 منفی است ($a < 0$). عرض نقطه تلاقی سهمی با محور y ها منفی است

$$\text{پس } c = f(0) = 0 < 0 \text{ طول رأس سهمی هم منفی است، } \frac{-b}{2a} < 0 \text{ که چون } a \text{ منفی است نتیجه می شود } b < 0.$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس دوم - معادله درجه دوم)

۲۰- گزینه «۴» - معادله داده شده را برای $x \geq 0$ ، $x < 0$ جداگانه حل می کنیم

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x) < x-2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \\ x < 0 \Rightarrow (x-2)(-x) < x-2 \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x > 2) \cup (x < -1) \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک یا } x < 0} x < -1$$

پس جواب نامعادله به صورت $[1, 2) \cup (-\infty, -1)$ است. (سراسری ۹۲ - با تغییر) (فصل اول - درس دوم و چهارم - قدر مطلق و معادله درجه دوم)