

حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

رأس سهمی: $A(4, 2)$

$$f(x) = a(x-4)^2 + 2$$

نقطه معلوم: $\begin{cases} x=0 \\ y=-6 \end{cases} : -6 = a(0-4)^2 + 2 \Rightarrow 16a = -8 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 2$$

نقاط B و C صفرهای تابع هستند، پس داریم:

$$f(x) = 0 : -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 2 = 0 \Rightarrow (x-4)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-4=2 \Rightarrow x=6 \\ x-4=-2 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

$$B \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

مساحت مثلث ABC: $S = \frac{1}{2}(4) \times 2 = 4$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$a > 0$; $c > 0$; $b < 0$

$$\Delta > 0$$

$$\left. \begin{matrix} \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} S > 0 \Rightarrow S^r > 0 \\ P > 0 \Rightarrow 2P > 0 \end{matrix}$$

عبارت: $A = \frac{\Delta}{a \cdot b} - c = \frac{(+)}{(+)(-)} - (+) = (-) \Rightarrow A < 0$

عبارت: $B = S^r + 2P = (+) + (+) = (+) \Rightarrow B > 0$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - علامت ضرایب ضابطه) (آسان)

۳- گزینه «۴» - V : سرعت پرنده

$$x = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{V}$$

زمان رفت: $t_1 = \frac{1}{V+5}$ زمان برگشت: $t_2 = \frac{1}{V-5}$

(برحسب ساعت) $t_1 + t_2 = 9$ دقیقه $\Rightarrow \frac{1}{V+5} + \frac{1}{V-5} = \frac{9}{60}$

$$60(V-5) + 60(V+5) = 9(V+5)(V-5) \Rightarrow 40V = 3(V^2 - 25)$$

$$3V^2 - 40V - 75 = 0 \Rightarrow \begin{cases} V = 15 \text{ ق ق} \\ V = -\frac{5}{3} \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

البته با امتحان گزینه‌ها به راحتی به جواب $V = 15$ می‌رسیدید. (سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۸) (معادله گویا - کاربرد معادله گویا) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

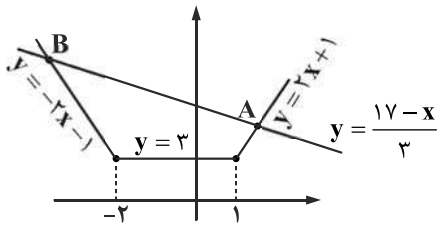
$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} x+1 = 1 + 2x-5 + 2\sqrt{2x-5}$$

$$2\sqrt{2x-5} = 5-x \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} 4(2x-5) = 25+x^2-10x$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-15)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ ق ق} \\ x = 15 \text{ ق ق غ (در معادله صدق نمی‌کند)} \end{cases}$$

$$k = 3 : \frac{k^2 + 1}{k + 1} = \frac{9 + 1}{3 + 1} = \frac{5}{2}$$

(میرزایی) (معادلات گنگ - حل معادله گنگ) (متوسط)



$$3y + x = 17$$

$$y = \frac{17-x}{3}$$

نقطه A: $y_1 = y_2$

$$2x + 1 = \frac{17-x}{3} \Rightarrow 6x + 3 = 17 - x \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

نقطه B: $y_1 = y_2$

$$-2x - 1 = \frac{17-x}{3} \Rightarrow -6x - 3 = 17 - x \Rightarrow -5x = 20 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow B \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(-4-2)^2 + (7-5)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۴۰۱) (قدرمطلق - نمودارهای قدرمطلق) (دشوار)

۶- گزینه «۳» -

$$-6 \leq |x-1| - 2 \leq 6$$

$$-4 \leq |x-1| \leq 8 \Rightarrow |x-1| \leq 8 \Rightarrow -8 \leq x-1 \leq 8 \Rightarrow -7 \leq x \leq 9$$

جواب = $[-7, 9]$

$$b - a = 9 + 7 = 16$$

(میرزایی) (قدرمطلق - نامعادله قدرمطلق) (متوسط)

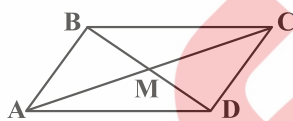
۷- گزینه «۴» -

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

$$S = \frac{1}{2} |(0)(1+4) + (3)(-4+1) + (2)(-1-1)| \Rightarrow S = \frac{1}{2} |-9-4| = \frac{13}{2} = 6.5$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مساحت مثلث) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - محل تلاقی اقطار متوازی الاضلاع، وسط قطر آن می باشد.



$$M \text{ وسط پاره خط } AC \begin{cases} x = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ y = \frac{-2+8}{2} = 3 \end{cases}$$

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow OM = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه) (آسان)

۹- گزینه «۲» -

b: محل تلاقی خط با محور yها

a: محل تلاقی خط با محور xها

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$d: \frac{x}{-5} + \frac{y}{-12} = 1 \Rightarrow 12x + 5y = -60 \Rightarrow d: 12x + 5y + 60 = 0$$

$$AB = a = \frac{|12(1) + 5(\frac{-33}{5}) + 60|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{29}{13} = 2$$

مساحت مربع: $S = a^2 = 4$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - M وسط پاره خط AB قرار می گیرد.

$$M \begin{cases} x = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

$$M \begin{cases} -1 = \frac{2+x}{2} \Rightarrow x = -4 \\ 3 = \frac{-1+y}{2} \Rightarrow y = 7 \end{cases} \Rightarrow x+y = -4+7 = 3$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - مختصات وسط پاره خط) (آسان)
۱۱- گزینه «۳» - A در ناحیه چهارم واقع باشد:

$$A \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ 2m+1 < 0 \Rightarrow m < -\frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < m < -\frac{1}{2}$$

(کتاب همراه علوی) (هندسه تحلیلی - صفحه مختصاتی) (آسان)

۱۲- گزینه «۳» -

$$BC \text{ وسط پاره خط } M \begin{cases} x = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2} \\ y = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$AM \text{ شیب } m = \frac{\frac{1}{2} - 5}{\frac{3}{2} - 2} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{1}{2}} = 9$$

$$y - 5 = 9(x - 2) \Rightarrow y = 9x - 13 \Rightarrow 9x - y - 13 = 0$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

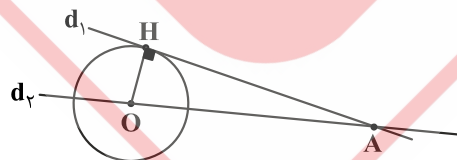
$$\text{قطر دایره} = AB = \sqrt{(8-0)^2 + (-8-6)^2} = \sqrt{64+196} \Rightarrow AB = \sqrt{260} = 2\sqrt{65}$$

$$\text{شعاع دایره } r = \frac{AB}{2} = \sqrt{65}$$

$$\text{مساحت } S = \pi r^2 = 65\pi$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -



$$\begin{cases} 2x + 3y - 9 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -12, y = 11 \Rightarrow A(-12, 11)$$

$$\text{شعاع دایره } r = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(1) + 3(-2) - 9|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$OA = \sqrt{(-12-1)^2 + (11+2)^2} = \sqrt{2 \times 169} = 13\sqrt{2}$$

$$\text{مثلث قائم الزاویه } \Delta OAH : OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow 338 = 13 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = 325 \Rightarrow AH = 5\sqrt{13}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (دشوار)

$$8x + 6y - k = 0$$

$$AH = \frac{|8(1) + 6(-4) - k|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{|-16 - k|}{10} = 4$$

$$|-16 - k| = 40 \Rightarrow \begin{cases} -16 - k = -40 \Rightarrow k = 24 \text{ (ق } k > 0 \text{ ق)} \\ -16 - k = +40 \Rightarrow k = -56 \end{cases}$$

$$d_1: 8x + 6y = 24 \Rightarrow 8x + 6y - 24 = 0 \Rightarrow 4x + 3y - 12 = 0$$

$$l: \text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-12 + 12|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{0}{5} = 0/4$$

d_1 و d_2 موازیند:

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» -

$$d_1: 2y = kx - 1 + k \Rightarrow y = \frac{k}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{k}{2}$$

$$d_2: y = (3k - 1)x + 2k$$

$$(I) \text{ شیبها برابر هم باشند.} \Rightarrow 3k - 1 = \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{\Delta k}{2} = 1 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$$

شرط دو خط موازی:

$$d_1: y = \frac{1}{5}x - \frac{7}{10} \Rightarrow 10y - 2x + 7 = 0 \Rightarrow 5y - x + \frac{7}{2} = 0$$

$$d_2: y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5} \Rightarrow 5y - x - 4 = 0$$

$$l: \text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|\frac{7}{2} + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + 5^2}} = \frac{\frac{15}{2}}{\sqrt{26}} = \frac{15}{2\sqrt{26}}$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو خط موازی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» -

$$r: \text{شعاع دایره} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(2) - 3(-2) + 1|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$a = 2r \Rightarrow a = 2(3) = 6$$

$$\text{مساحت هاشور خورده} = \frac{1}{2}(S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره}}) = \frac{1}{2}(6^2 - \pi(3)^2) = \frac{1}{2}(36 - 27) = \frac{9}{2} = 4/5$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$m_1 \text{ شیب ضلع } BC = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{3 + 2}{3 + 6} = \frac{5}{9}$$

$$m_2 \text{ شیب خط عمودمنصف} = \frac{-1}{m_1} = \frac{-1}{\frac{5}{9}} = \frac{-9}{5}$$

$$M \text{ وسط ضلع } BC \begin{cases} x = \frac{-6 + 3}{2} = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$y - y_0 = m_2(x - x_0) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = \frac{-9}{5}(x + \frac{3}{2})$$

$$10y - 5 = -18(x + \frac{3}{2}) \Rightarrow 10y - 5 = -18x - 27 \Rightarrow 10y + 18x + 22 = 0 \Rightarrow 5y + 9x + 11 = 0 \text{ آن قرار دارد. خطی که عمودمنصف بر روی آن قرار دارد.}$$

(تمرین کتاب درسی) (هندسه تحلیلی - معادله خط) (متوسط)

$$x+y=a \Rightarrow y=-x+a \quad A \left| \begin{matrix} x \\ -x+a \end{matrix} \right. \text{ روی خط}$$

$$AB = \sqrt{(x+3)^2 + (-x+a-2)^2} = \sqrt{29} \Rightarrow (x+3)^2 + (-x+a-2)^2 = 29$$

$$AC = \sqrt{(x+1)^2 + (-x+a-4)^2} = 5 \Rightarrow (x+1)^2 + (-x+a-4)^2 = 25$$

$$(x+3)^2 - (x+1)^2 + (-x+a-2)^2 - (-x+a-4)^2 = 4$$

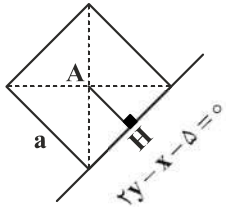
$$(x+3+x+1)(x+3-x-1) + (-x+a-2-x+a-4)(-x+a-2+x-a+4) = 4$$

$$2(2x+4) + 2(-2x+2a-6) = 4 \Rightarrow 2x+4-2x+2a-6 = 2 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

دو رابطه را از هم کم کنید:

(سراسری ریاضی - ۱۴۰۱) هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه (دشوار)

۲۰- گزینه «۴» -



$$\text{فاصله نقطه از خط } AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$AH = \frac{|2(-1) - (3) - 5|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{a}{2} = AH \xrightarrow{\text{طول ضلع مربع}} a = 2AH \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\text{مساحت مربع } S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۹۳، کتاب همراه علوی) هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط (متوسط)