

حسابان ۱

۱- گزینه «۲» - شرط آن که نمودار تابع سهمی از چهار ناحیه بگذرد:

$$a \cdot c < 0 \qquad (m-2) \cdot (m+1) < 0$$

m	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$(m-2)(m+1)$	$+$	$-$	$-$	$+$
		$\left \begin{array}{c} \circ \\ \text{ع} \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} \circ \\ \text{ع} \end{array} \right $	
		$-1 < m < 2$		

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع و نمودار درجه دوم) (آسان)

۲- گزینه «۱» - صفرهای تابع سهمی $\alpha = 2$ و $\beta = 6$ می‌باشند، پس داریم:

$$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta) \Rightarrow f(x) = a(x-2)(x-6)$$

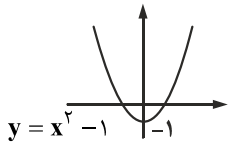
و نمودار از نقطه $(0, 3)$ عبور می‌کند، پس مختصات این نقطه در ضابطه صدق می‌کند:

$$3 = a(0-2)(0-6) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

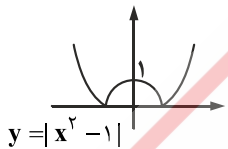
$$f(x) = \frac{1}{4}(x-2)(x-6) \Rightarrow f(-1) = \frac{1}{4}(-3)(-7) = \frac{21}{4}$$

(میرزایی) (نمودار درجه دوم - صفرهای تابع و نمودار درجه دوم) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - مرحله اول: نمودار x^2 را یک واحد در راستای قائم پایین بیاورید:

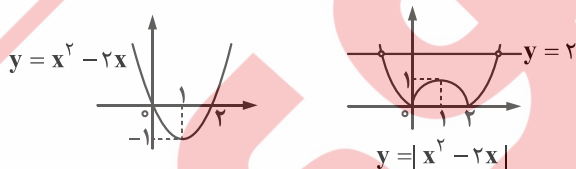


مرحله دوم: آن قطعه از منحنی که زیر محور x ها است را به صورت قرینه نسبت به محور x ها بالا بیاورید:



(میرزایی) (تابع قدرمطلق و خواص آن - ترسیم نمودار قدرمطلق) (آسان)

۴- گزینه «۲» - روش هندسی:



دو ریشه دارد. $|x^2 - 2x| = 2$

(میرزایی) (تابع قدرمطلق و خواص آن - حل معادله به روش هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -

$$\text{صدق ریشه در معادله } x=1: \frac{12-1}{1+1} = \frac{1}{1+1} + \frac{A}{1} \Rightarrow \frac{11}{2} = \frac{1}{2} + A \Rightarrow A = 5$$

طرفین معادله را در $x(x+1)$ ضرب نمایید:

$$\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{5}{x} \Rightarrow 12-x = x^2 + 5(x+1) \Rightarrow x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \checkmark \text{ ق ق} \\ x=-7 \checkmark \text{ ق ق} \end{cases}$$

(کتاب همراه علوی) (حل معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

زمان انجام تکلیف برادر بزرگ تر $t_1 =$

زمان انجام تکلیف برادر کوچک تر $t_2 =$

چون سرعت انجام تکلیف برادر بزرگ تر ۳ برابر سرعت انجام تکلیف برادر کوچک تر می باشد، پس:

$$t_1 = \frac{1}{3}t_2 \Rightarrow t_2 = 3t_1$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{3t_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3+1}{3t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3t_1 = 8 \Rightarrow t_1 = \frac{8}{3} \text{ ساعت}$$

(میرزایی) (معادلات گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - توجه:

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \text{ جواب مشترک}$$

$$\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x+2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

ریشه مشترک وجود ندارد.

پس معادله بدون ریشه حقیقی است. (کتاب همراه علوی) (معادله گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (آسان)

۸- گزینه «۲» -

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+2} = 1 - \sqrt{x+1}$$

به توان ۲ برسانید:

$$x+2 = 1 - 2\sqrt{x+1} + x+1 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow x+1 = 0$$

$$x = -1 \Rightarrow \alpha = -1$$

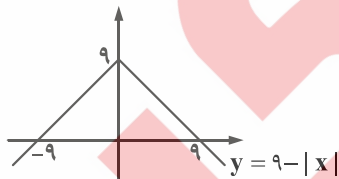
$$\sqrt{\sqrt{x-x^2} - 5\alpha} = \sqrt{5} \xrightarrow{\alpha=-1} \sqrt{\sqrt{x-x^2} + 5} = \sqrt{5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} \sqrt{x-x^2} + 5 = 5 \Rightarrow \sqrt{x-x^2} = 0$$

$$x - x^2 = 0 \Rightarrow x(1-x^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -1 \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = (0)(1)(-1) = 0$$

(میرزایی) (معادله گنگ و گویا - حل معادله گنگ) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - شکل حاصل یک مثلث می باشد:



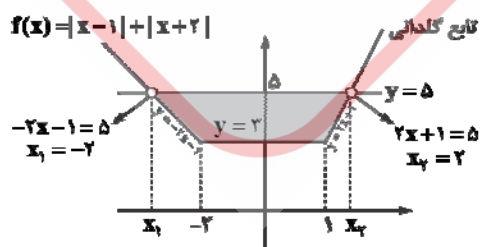
$$y = 0 : 9 - |x| = 0 \Rightarrow |x| = 9$$

$$\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -9 \end{cases}$$

$$S = \frac{9(18)}{2} = 81$$

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی های آن - رسم نمودار قدرمطلق) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - یادآوری:



$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع دو قاعده})}{2} \Rightarrow \text{دوزنقه } S = \frac{(5+2)(2)}{2} = 7$$

(میرزایی) (قدرمطلق و ویژگی های آن - ترسیم توابع قدرمطلق) (دشوار)

$$2 < 2x - 1 < 5 \Rightarrow \begin{cases} 2 < 2x - 1 < 5 \Rightarrow \frac{3}{2} < x < 3 \\ -5 < 2x - 1 < -2 \Rightarrow -2 < x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{یا} \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-2, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 3)$$

اعداد صحیح در جواب نامعادله $\{-1, 2\}$

(میرزایی) تابع قدرمطلق و خواص آن - حل نامعادله قدرمطلق (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\|x - 2| - 1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} |x - 2| - 1 = 3 \Rightarrow |x - 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \Rightarrow x_1 = 6 \\ x - 2 = -4 \Rightarrow x_2 = -2 \end{cases} \\ |x - 2| - 1 = -3 \Rightarrow |x - 2| = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها $= 6 + (-2) = 4$

(میرزایی) تابع قدرمطلق و خواص آن - حل معادله قدرمطلق (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^4 - 10x^2 + 16 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 10t + 16 = 0$$

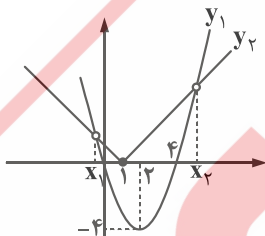
$$(t-2)(t-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ x_2 = -\sqrt{2} \end{cases} \\ t=8 \Rightarrow x^2=8 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2\sqrt{2} \\ x_4 = -2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

نکته: در معادله دومجذوری $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ، مجموع ریشه‌های حقیقی برابر صفر است ($S = 0$).

$$\text{عبارت} = 2S^2 - 3SP + 2P \xrightarrow{S=0} = 0 - 0 + 3(\sqrt{2})(-\sqrt{2})(2\sqrt{2})(-2\sqrt{2}) = 3(-2)(-8) = 48$$

(میرزایی) نمودار درجه دوم - صفرهای تابع دومجذوری (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» - حل به روش هندسی:



$$x^2 - 4x = |x - 1|$$

$$y_1 = x^2 - 4x \Rightarrow \min \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$y_2 = |x - 1|$$

۲ ریشه دارد. (میرزایی) نمودار درجه دوم - حل معادله به روش هندسی (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

$$y_1 = y_2$$

$$3x - 3 = 2x + 2$$

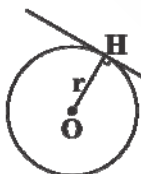
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 12 \end{cases}$$

نقطه تلاقی دو خط $A(5, 12)$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow OA = \sqrt{25 + 144} = 13$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از مبدأ) (آسان)

۱۶- گزینه «۳» -



$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow OH = \frac{|4(-1) + 3(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{شعاع } r = \frac{3}{5}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

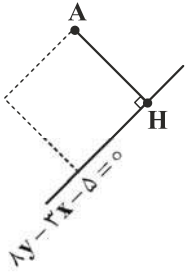
۱۷- گزینه «۱» -

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{(8-0)^2 + (-8-6)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{64+196} = 2\sqrt{65} \Rightarrow \text{قطر دایره } D = 2\sqrt{65}$$

$$\text{شعاع دایره } r = \frac{D}{2} = \sqrt{65} \Rightarrow \text{مساحت دایره } S = \pi r^2 = 65\pi$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» -



$$4y - 1 = \frac{3}{2}(x+1) \Rightarrow 8y - 2 = 3x + 3$$

$$8y - 3x - 5 = 0$$

نقطه $A(-2, 1)$ بر روی خط ضلع مربع نیست:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow AH = \frac{|8(1) - 3(-2) - 5|}{\sqrt{9+64}} = \frac{9}{\sqrt{73}}$$

$$S = a^2 = \frac{81}{73}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۱۹- گزینه «۴» -

$$m_{BC} = \frac{-2-2}{2-2} = 1; y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 2 = 1(x - 2) \Rightarrow y - x + 4 = 0$$

$A(1, 5)$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

(سراسری داخل کشور تجربی - ۹۹) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -

$$\text{M وسط ضلع AC} \begin{cases} x = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4+2}{2} = 3 \end{cases}$$

خط عبوری از دو نقطه B و M، میانه وارد بر ضلع AC را مشخص می‌کند:

$$m \text{ شیب} = \frac{-1-3}{1-\frac{3}{2}} = \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = 8$$

$$y + 1 = 8(x - 1) \Rightarrow y = 8x - 9$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - نقطه وسط پاره خط) (آسان)