

۱- گزینه «۳» -

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\pi R_2}{2\pi R_1} = \frac{R_2}{R_1} = 2 \quad (\text{محیط})$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 4 \quad (\text{مساحت})$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - مساحت و محیط دایره)

۲- گزینه «۱» - می دانیم اگر  $d = |R - R'|$  باشد آن گاه دو دایره مماس درون هستند پس چون دو دایره مماس درون اند.

$$d = 2, R = 5, R' = 3 \quad (d = |R - R'| \checkmark) \rightarrow$$



پس فقط یک مماس مشترک دارند. (حاجی محمدی) (فصل اول - وضعیت دایره)

۳- گزینه «۴» - باید به این نکته توجه کنیم که این دو دایره مماس مشترک داخلی و خارجی دارند یا نه؟

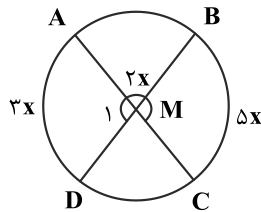
$$|R - R'| < d < R + R' \checkmark \quad (d = 5, R = 6, R' = 4) \Rightarrow \text{دایره ها متقاطع اند.}$$

پس دو مماس مشترک خارجی دارد و خواهیم داشت. اگر اندازه مماس مشترک خارجی را با  $x$  نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$x = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21} \quad (\text{طبق کتاب درسی})$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - مماس مشترک)

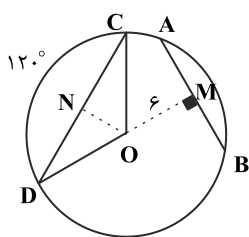
۴- گزینه «۳» - می دانیم  $\widehat{M}_1 = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2}$  خواهد بود پس داریم:



$$\widehat{M}_1 = \frac{5x + 3x}{2} = 4x \Rightarrow \widehat{M}_1 + 2x = 180^\circ \Rightarrow 4x + 2x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - زاویه بین دو وتر در دایره)

۵- گزینه «۱» -



$$\left. \begin{array}{l} OM = 6 \\ OB = 10 \end{array} \right\} \xrightarrow{\widehat{OMB} = 90^\circ} \text{قائم الزاویه} \rightarrow MB = \sqrt{R^2 - OM^2} = 8 \Rightarrow AB = 16$$

$$\widehat{O} = 120^\circ \Rightarrow NC = OC \times \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \Rightarrow DC = 10\sqrt{3}$$

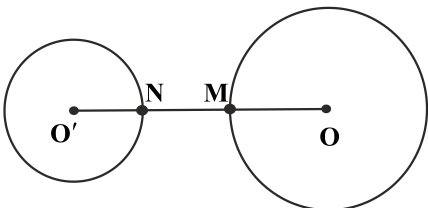
$$\frac{AB}{DC} = \frac{16}{10\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{15}$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - وترهای دایره)

۶- گزینه «۱» - طبق کتاب درسی داریم (اگر  $y$  مماس مشترک داخلی باشد):

$$y = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 5 = \sqrt{13^2 - (R + R')^2} \Rightarrow (R + R')^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow R + R' = 12$$

دقت شود با توجه به شکل نزدیک ترین دو نقطه به هم  $M$  و  $N$  می باشند.



$$NM : d - (R + R') = 13 - 12 = 1$$

نزدیک ترین دو نقطه به هم:

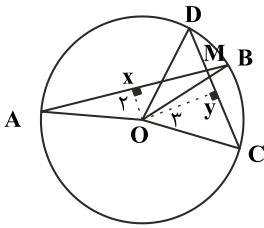
(حاجی محمدی) (فصل اول - مماس مشترک دو دایره)

۷- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt{d^2 - (R+R')^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \\ y &= \sqrt{d^2 - (R-R')^2} = \sqrt{225 - 9} = 3\sqrt{24} = 6\sqrt{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - مماس مشترک دو دایره)

۸- گزینه «۴» -



$$\begin{aligned} Ax &= \sqrt{OA^2 - Ox^2} = 4\sqrt{2} \rightarrow AB = 8\sqrt{2} \\ Dy &= \sqrt{OD^2 - Oy^2} = 3\sqrt{3} \rightarrow DC = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$DM = 2\sqrt{3}$$

می دانیم  $CM = 2DM$  است، پس:

$$CM \cdot DM = MB \cdot MA \rightarrow 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = AM \cdot MB$$

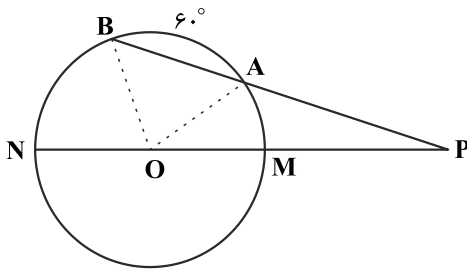
$CM = 4\sqrt{3}$  است پس داریم:

$$24 = AM \cdot MB = (8\sqrt{2} - MA) \cdot MA = 8\sqrt{2}MA - MA^2 \rightarrow$$

$$MA^2 - 8\sqrt{2}MA + 24 = 0 \rightarrow (MA - 4\sqrt{2})^2 = 32 - 24 = 8 \rightarrow MA = 6\sqrt{2} \text{ یا } 2\sqrt{2}$$

هر دو تایی آن‌ها می‌شود  $AM$  باشد یعنی دو جواب داریم. (حاجی محمدی) (فصل اول - روابط طولی در دایره)

۹- گزینه «۲» -



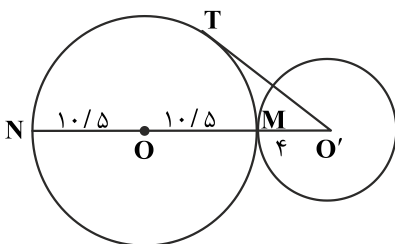
$$\left. \begin{aligned} PN &= 3R \text{ (بیشترین فاصله دایره تا P)} \\ MN &= 2R \\ MP &= R \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} OA &= OB = R \\ \hat{O} &= 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{180 - 60}{2} = 60^\circ \Rightarrow BA = R$$

$$PA \times (PA + AB) = PM \cdot PN \Rightarrow x(x + R) = R \times 3R = 3R^2 \Rightarrow x^2 + xR - 3R^2 = 0 \xrightarrow{+R^2} \left(\frac{x}{R}\right)^2 + \left(\frac{x}{R}\right) - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\frac{x=PA}{R}=y} y^2 + y - 3 = 0 \Rightarrow \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(\sqrt{13} - 1)$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - روابط طولی در دایره)

۱۰- گزینه «۴» -



$$O'T^2 = O'M \cdot O'N = 4 \times 25 = 100 \Rightarrow O'T = 10$$

(حاجی محمدی) (فصل اول - روابط طولی در دایره)