هندسه ۲

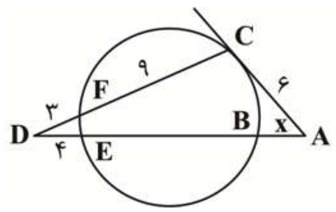
۱- گزینه «۱» ـ

$$E\hat{M}F=\frac{\overset{\frown}{GH}-\overset{\frown}{EF}}{۲}=\frac{۱۶۰^\circ-۴۰^\circ}{۲}=\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۶۰^\circ \Rightarrow E\hat{M}F=D\hat{M}C$$ (متقابل به رأس‌اند)

$$D\hat{M}C=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{DC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{DC}=۱۲۰^\circ$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ زاویه)

۲- گزینه «۱» ـ

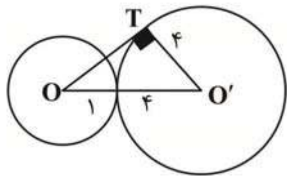


$$DF\times DC=DE\times DB \Rightarrow$$
$$۳\times ۱۲=۴\times DB \Rightarrow DB=۹ \Rightarrow EB=۵$$
$$AC^۲=AB\times AE \Rightarrow ۳۶=x\times(x+۵)$$

$$x^۲+۵x-۳۶=۰ \Rightarrow (x+۹)(x-۴)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۹ \\ x=۴ \text{ ق ق} \end{cases}$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ روابط طولی در دایره)

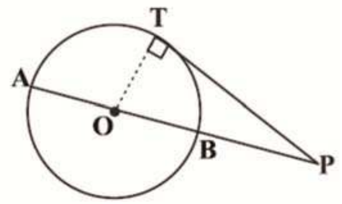
۳- گزینه «۴» ـ



$$OT^۲+O'T^۲=OO'^۲ \Rightarrow$$
$$OT=\sqrt{۵^۲-۴^۲}=\sqrt{۹}=۳$$
$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{OTO'}}=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۳=۶$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

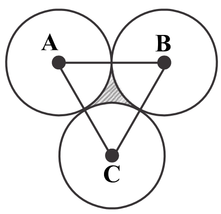
۴- گزینه «۲» ـ



$$\left.\begin{array}{l} PA=۳۶ \\ R=۱۶ \Rightarrow ۲R=AB=۳۲ \end{array}\right\} \Rightarrow PB=۴,\ PT^۲=PB\times PA \Rightarrow PT^۲=۴\times ۳۶ \Rightarrow PT=۲\times ۶=۱۲$$

(گروه مؤلفان علـوی) (فصل دوم ـ دایره ـ روابط طولی)

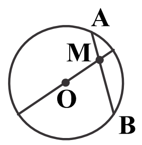
۵- گزینه «۲» ـ اضلاع مثلث ABC، ۱۰ می‌باشند پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است. بنابراین برای محاسبه مساحت قسمت رنگـی کـافی اسـت مساحت یک نیم‌دایره به شعاع ۵ را از مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱۰ کم کنیم:



$$S_{\text{رنگی}}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱۰)^۲-\frac{۱}{۲}\pi(۵)^۲=۲۵\sqrt{۳}-\frac{۲۵}{۲}\pi=\frac{۵۰\sqrt{۳}-۲۵\pi}{۲}=\frac{۲۵(۲\sqrt{۳}-\pi)}{۲}$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ مقدمات)

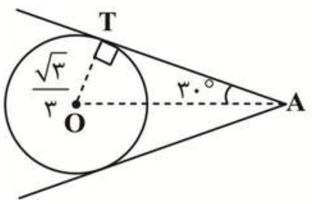
۶- گزینه «۱» ـ مطابق شکل اگر قطر گذرا از M را رسم کنیم و فرض کنیم $OM=d$ خواهیم داشت:



$$AM\cdot MB=R^۲-d^۲ \Rightarrow ۲\times ۳=R^۲-\sqrt{۳۰}^۲$$
$$\Rightarrow ۶=R^۲-۳۰ \Rightarrow R^۲=۳۶ \Rightarrow R=۶$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ روابط طولی در دایره)

۷- گزینه «۴» ـ



$$\tan ۳۰^\circ=\frac{OT}{AT} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{AT} \Rightarrow AT=۱$$

(نیلی) (فصل اول ـ دایره ـ مماس بر دایره)

۸- گزینه «۲» ـ دو دایره فوق مماس خارج‌اند، پس داریم:

$$d = OO' = R + R' = ۹ + ۴ = ۱۳$$

اکنون داریم:

$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲} = \sqrt{۱۳^۲ - ۵^۲} = ۱۲$$

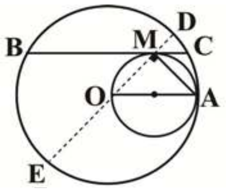
از طرفی $MT = MA$, $MT' = MA$، پس مثلث TAT' قائم‌الزاویه است و AM میانه نظیر ضلع TT' و نصف آن است، یعنی $AM = \frac{TT'}{۲} = ۶$. (فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ مماس مشترک)

۹- گزینه «۴» ـ

$۸ - ۶ < ۲\sqrt{۵} < ۸ + ۶ \Rightarrow$ دو دایره متقاطع‌اند.

(گروه مؤلفان علـوی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۱۰- گزینه «۲» ـ با توجه به روابط طولی در دایره به مرکز O می‌توان نوشت:



$$MB \times MC = MD \times ME = (R - MO) \times (R + MO) = R^۲ - MO^۲$$

از آن‌جا که زاویه $A\hat{M}O$ محاطی روبه‌رو به قطر دایره است لذا $A\hat{M}O = ۹۰°$ بوده و طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AMO داریم:

$$OA^۲ = AM^۲ + OM^۲ \Rightarrow R^۲ = AM^۲ + OM^۲$$

$$\Rightarrow R^۲ - OM^۲ = AM^۲ \Rightarrow MB \times MC = AM^۲$$

(سراسری خارج از کشور ـ ۹۴) (فصل اول ـ درس دوم ـ روابط طولی)