

ریاضی و آمار ۱
 ۱- گزینه «۱» -

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{x^2+1}{x^2-4} = 2 - \frac{x-3}{x-2} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{(x-1)(x-2) + x^2 + 1 - 2(x^2-4) + (x-3)(x+2)}{x^2-4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 + x^2 + 1 - 2x^2 + 8 + x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(5) = -4 < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد.}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارت‌های گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - اگر عدد صحیح منفی را x در نظر بگیریم، عدد دیگر $x-1$ خواهد بود که با x متوالی است:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -\frac{2}{5} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{5(x-1) + 5x + 2x(x-1)}{5x(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow 5x - 5 + 5x + 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 8x - 5 = 0$$

معادله درجه دوم است که مجموع جواب‌های آن برابر $-\frac{b}{a}$ می‌باشد:

$$\Rightarrow \text{مجموع دو عدد} = -\frac{b}{a} = -\frac{8}{2} = -4$$

اعداد صحیح منفی: $-1, -2, -3, \dots$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

(*) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارت‌های گویا) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - نمایش پیکانی (نمایش با نمودار ون) یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B زمانی تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود، بنابراین گزینه «۲» یک تابع است. در بقیه گزینه‌ها از یک عضو A بیش از یک پیکان خارج شده است.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (آسان)

۴- گزینه «۳» - دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابر باشند؛ یعنی $a = c$ و $b = d$ و برعکس اگر $a = c$ و $b = d$ باشد، آن‌گاه دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) با هم برابرند.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (آسان)

۵- گزینه «۲» - یک نمایش زوج مرتبی یک رابطه به شرطی می‌تواند تابع باشد که مؤلفه‌های اول آن‌ها تکراری نباشد. اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب با هم برابر بودند، رابطه به شرطی تابع است که مؤلفه‌های دوم همان دو زوج مرتب نیز با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} (-3, -2) \\ (-3, a-2b) \end{cases} \Rightarrow a-2b = -2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} (-5, 2a-b) \\ (-5, 2) \end{cases} \Rightarrow 2a-b = 2 \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow \begin{cases} a-2b = -2 \\ 2a-b = 2 \end{cases} \times (-2) \Rightarrow \begin{cases} a-2b = -2 \\ -2a+4b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b = -2 \\ 2a-4b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b = -2 \\ a-2b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 2$$

(سراسری - ۹۸ با تغییر) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - در نمایش مختصاتی (نمایش با نمودار) یک رابطه، اگر هر خط موازی محور y ها نمودار را فقط در یک نقطه قطع کند، آن نمودار رابطه، تابع است. گزینه‌های «۲» و «۴» در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند. گزینه «۳» نیز در دو نقطه قطع می‌کند. فقط در نمودار گزینه «۱»، هر

خط موازی محور y ها، نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. (سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - چون f یک تابع است، بنابراین باید مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های $(-1, 2m)$ و $(-1, 6n+1)$ با هم برابر باشد:

$$2m = 6n + 1 \quad (1)$$

$$D_f = \{-1, m - n\}$$

$$D_g = \{-1, 2n - m\} \xrightarrow[\text{چون}]{D_f = D_g} m - n = 2n - m \quad (2)$$

$$\begin{cases} 2m = 6n + 1 & (1) \\ m - n = 2n - m & (2) \end{cases} \Rightarrow \times(-1) \begin{cases} 2m - 6n = 1 \\ 2m - 2n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 6n = 1 \\ -2m + 2n = 0 \end{cases} \Rightarrow n = -\frac{1}{3}, m = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع - دامنه تابع) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - با جایگذاری مقادیر $x = 2$ و $x = -1$ در ضابطه تابع، مقادیر $f(-1)$ و $f(2)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{x-1}{3x} \Rightarrow f(-1) = \frac{-1-1}{3(-1)} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$f(2) = \frac{2-1}{3(2)} = \frac{1}{6} \Rightarrow f(-1) - f(2) = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4-1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - با توجه به دامنه تابع که مجموعه A می‌باشد، برد تابع f را به ازای مجموعه مقادیر A به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow \begin{cases} x=0: f(0) = \sqrt{0+1} = 1 \\ x=1: f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ x=2: f(2) = \sqrt{2+1} = \sqrt{3} \\ x=4: f(4) = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - اگر عدد حقیقی x را در نظر بگیریم، دو برابر آن معادل $2x$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$f(x) = 2x - 5 \Rightarrow f(1) = 2(1) - 5 = -3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)