

ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۲» -

$$4x + \frac{x^2 - 10x}{x - 5} = \frac{-25}{x - 5} \xrightarrow{\text{معادله را در } (x-5) \text{ ضرب می کنیم.}} 4x(x-5) + x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 20x + x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 30x + 25 = 0 \xrightarrow{+5} x^2 - 6x + 5 = 0 \xrightarrow{\text{از اتحاد جمله مشترک}} (x-1)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ قابل قبول } \checkmark \\ x=5 \text{ غیر قابل قبول (مخرج را صفر می کند)} \end{cases}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارت‌های گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} + \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = 5 \xrightarrow{\text{از اتحاد مزدوج}} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = 5 \Rightarrow \frac{x}{x+3} + \frac{x}{x+2} - 5 = 0$$

$$\frac{x(x+2) + x(x+3) - 5(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+2)} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + x^2 + 3x - 5x^2 - 25x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} -3x^2 - 20x - 30 = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases} \quad \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{-30}{-3} = 10$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارت‌های گویا) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} \text{عدد فرد: } 2x-1 \\ \text{عدد زوج: } 2x \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{30} \Rightarrow 2x - 2x + 1 = \frac{2x(2x-1)}{30} \Rightarrow 4x^2 - 2x = 30$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 30 = 0 \xrightarrow{+2} 2x^2 - x - 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-15) = 121$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+11}{4} = 3 \checkmark \\ x_2 = \frac{1-11}{4} = -\frac{10}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{عدد فرد} = 2x-1 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

نکته: چون تفاضل یک عدد مثبت است، بنابراین معکوس عدد فرد از معکوس عدد زوج بیش تر است، بنابراین عدد فرد باید به صورت $2x-1$ باشد نه $2x+1$.

$$\text{مثال: } \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}; \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

(اکبری) (فصل اول - درس ۳ - معادله‌های شامل عبارت‌های گویا) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - در نمایش زوج مرتبی شرط آن که رابطه یک تابع باشد آن است که مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های آن با هم برابر نباشند، اگر برابر بودند باید مؤلفه‌های دومشان نیز با هم برابر باشند.

$$\text{گزینه «۳» این شرط را داراست: } (2^\circ, \sqrt{2}) = (1, \sqrt{2}); 2^\circ = 1;$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (آسان)

۵- گزینه «۴» - برای این که یک رابطه تابع باشد، زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه اول برابرند، مؤلفه دومشان نیز باید با یکدیگر برابر باشند:

$$\{(2, m^2) \Rightarrow m^2 = 2m + 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\{(2, 2m+3) \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (m-3)(m+1) = 0 \Rightarrow$$

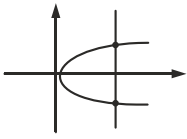
$$\begin{cases} m=3 \checkmark \text{ قابل قبول} \\ m=-1 \times \text{ غیر قابل قبول} \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن را نقض می کند.}} \begin{cases} (m, -4) \\ (-1, 5) \end{cases} \Rightarrow (-1, -4), (-1, 5)$$

بنابراین فقط $m=3$ قابل قبول است:

$$\{(2, 9), (3, -4), (2, 9), (-1, 5), (-2, 3)\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - نمودارهای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» تابع می‌باشند، زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، اما در گزینه «۲» این شرط برقرار نیست.



(اکبری) (فصل دوم - درس ۱ - مفهوم تابع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - تابع f به ازای هر عددی مثل x مربع آن عدد یعنی x^2 ، به علاوه دو برابر معکوس آن عدد یعنی $\frac{2}{x}$ را نسبت می‌دهد:

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2} \Rightarrow f(1) = (1)^2 + \frac{2}{(1)^2} = 1 + 2 = 3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow f(2) = \frac{2-3}{2+1} = -\frac{1}{3}$$

$$f(-7) = \frac{-7-3}{-7+1} = \frac{-10}{-6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$f(2) - f(-7) = -\frac{1}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{6}{3} = -2$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (آسان)

۹- گزینه «۲» -

$$f(x) = ax^2 - 3; f(-1) = -4 \xrightarrow{\text{در تابع جایگذاری می‌کنیم.}} f(-1) = a(-1)^2 - 3 = -4 \Rightarrow a - 3 = -4 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 - 3 \xrightarrow{\text{مجموعه A را در تابع جایگذاری می‌کنیم.}} \begin{cases} x=1 \Rightarrow f(1) = -1-3 = -4 \\ x=-1 \Rightarrow f(-1) = -1-3 = -4 \\ x=2 \Rightarrow f(2) = -4-3 = -7 \\ x=-2 \Rightarrow f(-2) = -4-3 = -7 \end{cases} \Rightarrow B = \{-4, -4, -7, -7\}$$

B فقط ۲ عضو متمایز دارد. (اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (دشوار)

۱۰- گزینه «۴» - با استفاده از اتحاد جمله مشترک و اتحاد مزدوج داریم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = \frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow f(x) = \frac{x-3}{x+2} \xrightarrow{f(x)=6} \frac{x-3}{x+2} = 6 \Rightarrow x-3 = 6x+12 \Rightarrow 5x = -15 \Rightarrow x = -3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - ضابطه جبری تابع) (متوسط)