

ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۲» -

$$x + \frac{2}{x+2} = 1 \Rightarrow x + \frac{2}{x+2} - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک گیری}} \frac{x(x+2)+2-1(x+2)}{(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+2x+2-x-2}{x+2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+x}{x+2} = 0$$

معادله وقتی جواب دارد که صورت کسر صفر باشد $x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow x=0, x=-1$

از بین ریشه‌های به دست آمده آن‌هایی را قبول می‌کنیم که مخرج کسر را صفر نکنند. پس هر دو ریشه قابل قبول است.
(اکبری) (فصل اول - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (آسان)

۲- گزینه «۳» -

$$\frac{x-3}{x+1} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow \frac{x-3}{x+1} - \frac{x+1}{x+3} = 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{(x-3)(x+3)-(x+1)(x+1)}{(x+1)(x+3)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x^2+3x-3x-9)-(x^2+x+x+1)}{(x+1)(x+3)} = 0 \Rightarrow x^2-9-x^2-1-2x=0 \Rightarrow -10-2x=0 \Rightarrow x=-5$$

معادله فقط یک جواب دارد. (اکبری) (فصل اول - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - چون $x=0$ جواب معادله است بنابراین باید به جای x ، عدد صفر را قرار دهیم تا k را به دست آوریم:

$$\frac{-2}{x-k} = 1 - \frac{kx+1}{3} \xrightarrow{x=0} \frac{-2}{0-k} = 1 - \frac{k(0)+1}{3} \Rightarrow \frac{2}{k} = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{k} = \frac{2}{3} \Rightarrow k=3$$

(اکبری) (فصل اول - درس سوم - معادله‌های شامل عبارتهای گویا) (متوسط)

۴- گزینه «۱» - در نمایش یک رابطه به صورت زوج مرتبی، شرطی که آن رابطه یک تابع باشد آن است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد. اگر برابر بودند باید مؤلفه‌های دومشان نیز با هم برابر باشند. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: چون مؤلفه‌های اول آن یکسان نیست پس تابع است.

گزینه «۲»: تابع نیست. چون مؤلفه‌های اول یکسان دارد. $(-2, 3), (-2, 0)$

گزینه «۳»: تابع نیست. چون مؤلفه‌های اول یکسان است. $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

گزینه «۴»: تابع نیست. چون مؤلفه‌های اول یکسان دارد. $(-1, 1), (-1, 3)$

(اکبری) (فصل دوم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۵- گزینه «۴» - اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود در صورتی این رابطه تابع است که هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور y باشد قرار نگیرند یعنی نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y آن را فقط در یک نقطه قطع کند. بنابراین گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» تابع است چون هر خط موازی محور y نمودار را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. گزینه «۴» تابع نیست. چون هر خط موازی محور y نمودار را در دو نقطه قطع کرده است. (اکبری) (فصل دوم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - اگر رابطه از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نمایش دهیم در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر یا مربوط کرد. (اکبری) (فصل دوم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - برای به دست آوردن $f(4)$ در تابع $f(x)$ به جای x عدد ۴ را قرار می‌دهیم:

$$f(x) = x^2 - 8 \Rightarrow f(4) = (4)^2 - 8 = 8$$

برای به دست آوردن $g(4)$ در تابع $g(x)$ به جای x عدد ۴ را قرار می‌دهیم:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \Rightarrow g(4) = \frac{1}{\sqrt{4}} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{f(4)}{g(4)} = \frac{8}{-\frac{1}{2}} = -16$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (دشوار)

۸- گزینه «۲» - در نمایش زوج مرتبی، مؤلفه‌های دوم، برد تابع را تشکیل می‌دهند:

مؤلفه‌های دوم عبارتند از: $0, -1, 3, 1$. بنابراین $R_f = \{0, -1, 3, 1\}$ (اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (ساده)

۹- گزینه «۴» - فرض می‌کنیم ورودی تابع f برابر x باشد. این تابع دو برابر جذر ورودی، منهای یک را به دست می‌دهد:

$$f(x) = 2\sqrt{x} - 1$$

خروجی این تابع عدد ۳ شده بنابراین داریم:

$$2\sqrt{x} - 1 = 3 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (دشوار)

۱۰- گزینه «۱» - در نمایش تابع f به صورت $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$ ، $y = f(x)$ را ضابطه تابع و A را دامنه تابع f در نظر می‌گیریم، بنابراین برای به دست آوردن مجموعه A ، باید دامنه تابع f را به دست آوریم. مجموعه B برد تابع را تشکیل می‌دهد در نتیجه داریم:

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\substack{\text{در تابع } f \text{ به جای} \\ \text{اعداد } 1 \text{ و } 2 \text{ و } -1 \text{ را قرار می‌دهیم.}}} -1 = \frac{1}{x-1} \Rightarrow -x+1=1 \Rightarrow x=0$$

$$2 = \frac{1}{x-1} \Rightarrow 2x-2=1 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$1 = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2$$

$$A = \left\{ 0, 2, \frac{3}{2} \right\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - ضابطه جبری تابع) (متوسط)