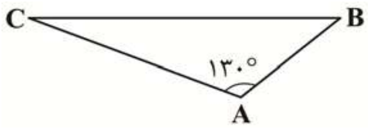
هندسه ۱

۱- گزینه «۲» ـ گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» قضایای دوشرطی هستند، یعنی هم خودشان و هم عکسشان درست هستند. اما عکس گزینه «۲» درست نیست. یعنی همواره بزرگ‌ترین ضلع روبه‌رو به زاویه ۹۰° نیست در مثلث ABC، بزرگ‌ترین ضلع، روبه‌رو به زاویه ۱۳۰° است.



(فیروزی) (فصل اول ـ درس دوم ـ قضیه‌های دو شرطی) (ساده)

۲- گزینه «۴» ـ

$$\frac{MC}{MB}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{MC}{MC+MB}=\frac{۱}{۱+۲}\Rightarrow \frac{MC}{BC}=\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{MCD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{MC}{BC}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{MCD}}}{۱۵}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{MCD}}=۵$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم ـ درس اول ـ ویژگی تناسب‌ها و مساحت مثلث) (ساده)

۳- گزینه «۱» ـ ابتدا زاویه‌های مثلث را پیدا کرده و نوع آن را مشخص می‌کنیم:

$$x+۲x+۳x=۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow x=\frac{۱۸۰^\circ}{۶}=۳۰^\circ \Rightarrow \text{زاویه ها}: ۳۰^\circ, ۶۰^\circ, ۹۰^\circ$$

پس نوع مثلث قائم‌الزاویه است، بنابراین اگر این مثلث با مثلث دیگری متشابه باشد، آن مثلث هم قائم‌الزاویه است.

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۳» ـ دو مثلث AEF و FGD متشابه‌اند، زیرا:

$$\hat{A}=\hat{D}=۹۰^\circ \text{ و } \hat{F}_۱=\hat{F}_۲ \text{ (متقابل به رأس)}$$

نسبت اضلاع را با توجه به اضلاع مقابل به زوایای برابر می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{DG}=\frac{EF}{FG}=\frac{AF}{FD}$$

$$\frac{AE}{DG}=\frac{AF}{FD}\Rightarrow \frac{AE}{۶}=\frac{۲۰-۵}{۵}\Rightarrow AE=۱۸$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۱» ـ دو مثلث AEF و ABC متشابه‌اند زیرا زوایای F و B برابرند و در زاویه A مشترک می‌باشند، بنابراین داریم:

$$\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AB}=\frac{EF}{BC}\Rightarrow \frac{۴}{AC}=\frac{۵}{۴+x}=\frac{۲}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲۰=۸+۲x \Rightarrow ۱۲=۲x \Rightarrow x=۶$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها) (متوسط)

۶- گزینه «۳» ـ طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} EF \parallel AB \Rightarrow \dfrac{MF}{MA}=\dfrac{EF}{AB} \\ FD \parallel AC \Rightarrow \dfrac{MF}{MA}=\dfrac{FD}{AC} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{EF}{AB}=\frac{FD}{AC}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{۴}{x}\Rightarrow x=۸$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس) (متوسط)

۷- گزینه «۱» ـ طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه CHB داریم:

$$BC^۲ = HC^۲ + HB^۲ \Rightarrow (۶\sqrt{۵})^۲ = ۶^۲ + HB^۲$$

$$\Rightarrow HB^۲ = ۶^۲ \times ۵ - ۶^۲ = ۶^۲(۵-۱) = ۶^۲ \times ۴ \Rightarrow HB = ۶ \times ۲ = ۱۲$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$CH^۲ = AH \times HB \Rightarrow ۶^۲ = x \times ۱۲ \Rightarrow x = ۳$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۸- گزینه «۳» ـ توجه کنید که:

با توجه به فرض: $BC = ۲BD$

$$\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EB} = \frac{BC}{BD} = ۲$$

پس دو مثلث ABC و BDE به حالت تناسب سه ضلع متشابه‌اند، پس داریم؛

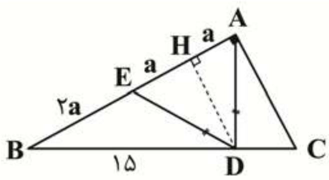
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E} = ۱۱۰^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{C} = E\hat{B}D = ۳۰^\circ \end{cases}$$

پس:

$$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۱۱۰) = ۴۰^\circ$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها) (متوسط)

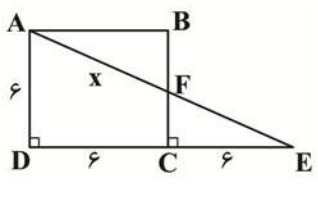
۹- گزینه «۳» ـ مثلث ADE متساوی‌الساقین است، پس میانه وارد بر قاعده AE در آن ارتفاع نیز است. فرض می‌کنیم $AH = a$، آن‌گاه $EH = a$، پس طبق فرض خواهید داشت $BE = EA = ۲a$. همچنین $HD \parallel AC$، پس بنابر قضیه تالس داریم:



$$\frac{BH}{HA} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{۳a}{a} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = ۵$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس) (دشوار)

۱۰- گزینه «۴» ـ چون ABCD مربع است، پس همه ضلع‌ها برابرند، پس $AD = AB = BC = CD = ۶$ از طرف دیگر، مطابق شکل $AD \parallel BC$ پس داریم:



$$\frac{EC}{ED} = \frac{FC}{AD} \Rightarrow \frac{۶}{۱۲} = \frac{FC}{۶} \Rightarrow FC = ۳ \Rightarrow BF = ۳$$

$$A\overset{\Delta}{B}F : AF^۲ = AB^۲ + BF^۲ \Rightarrow AF^۲ = ۶^۲ + ۳^۲ \Rightarrow AF^۲ = ۴۵ \Rightarrow AF = ۳\sqrt{۵}$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس) (دشوار)