

۱- گزینه «۴» - با توجه به شکل $\hat{D} = 30^\circ$ است. با به دست آوردن ضلع CD می توانیم مساحت مثلث را به دست آوریم.

$$BC^2 + AC^2 = AB^2 \Rightarrow BC^2 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 3 \Rightarrow CD = 7$$

$$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \times AD \times CD \times \sin \hat{D} = \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \frac{1}{2} = 14$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - نسبت های مثلثاتی)

۲- گزینه «۴» -

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{1+2x} \Rightarrow \frac{x(x+1) - (x-1)(x+1) + x(x-1)}{(x-1)(x)(x+1)} = \frac{2}{1+2x} \Rightarrow \frac{1+x^2}{x^3-x} = \frac{2}{1+2x}$$

$$2x^3 - 2x = 2x^3 + x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{12}}{2} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{12}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x(x^2 - 2x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \\ x = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 2$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس چهارم - عبارات های جبری)

۳- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} x^2 &= (\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{2} \\ y^2 &= (\sqrt[4]{32})^2 = 2\sqrt{2} \\ x^4 &= (\sqrt{2})^2 = 2 \\ y^4 &= (\sqrt[4]{256})^2 = 16\sqrt{2} \\ y^8 &= (\sqrt[4]{32})^8 = 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + 4\sqrt{2})(2 + 32)}{\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times 34}{\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{3 \times 3 \times 34}{2} = 255$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - توان های گویا)

۴- گزینه «۱» -

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b), (\sin a + \cos a)^3 = 1 + 2 \sin a \cos a$$

$$(\sin x + \cos x)^3 = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{-8}{9} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{-4}{9}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x) = \frac{1}{27} - 3 \left(\frac{-4}{9} \right) \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{27} + \frac{12}{27} = \frac{13}{27}$$

(سراسری خارج از کشور ۸۶) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت های مثلثاتی)

۵- گزینه «۳» - می دانیم نیمساز ناحیه دوم و چهارم برابر $y = -x$ است و چون خط L با این خط زاویه 180° درجه می سازد پس با آن موازی است \Leftarrow شیب خط L برابر (-1) است.

$$y - (-3) = -1(x - 8) \Rightarrow y = -x + 5$$

برای به دست آوردن محل برخورد با محور x ها، y را برابر صفر قرار می دهیم:

$$0 = -x + 5 \Rightarrow x = 5$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب خط با تانژانت زاویه)

۶- گزینه «۴» -

$$4^x \times 4^{x+1} \times 4^{x+2} \times 4^{x+3} \times 4^{x+4} = 4^{4x+10} = 4^{18} \Rightarrow (4^2)^{4x+10} = 4^{18} \Rightarrow 2^{8x+20} = 2^{18} \Rightarrow 8x+20 = 18 \Rightarrow 8x = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{4}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - ریشه نام)

۷- گزینه «۴» - به جای x ها یک زاویه دلخواه قرار می دهیم.

$$x = 0 \Rightarrow 1 + B = -1 \Rightarrow B = -2$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۸- گزینه «۲» - طرفین تساوی داده شده را به توان دو می‌رسانیم:

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cot \alpha = 25$$

می‌دانیم $\tan \alpha \cot \alpha = 1$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 25 - 2 = 23$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۹- گزینه «۳» -

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \sin \alpha = \frac{-4}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\cos \alpha}{-\frac{4}{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{-4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{-1}{5}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۱۰- گزینه «۱» -

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \xrightarrow{\times 4} -4 \leq 4 \sin \theta \leq 4 \Rightarrow -5 \leq 4 \sin \theta - 1 \leq 3$$

حداکثر مقدار عبارت برابر ۳ است. (رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی)

۱۱- گزینه «۲» - سه عدد a و b و c را به صورت تقریبی حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt{\sqrt{26} + \sqrt{65}} = \sqrt{\sqrt{25} + \sqrt{64}} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3 \\ b &= \sqrt[3]{\sqrt{26} + \sqrt{65}} = \sqrt[3]{\sqrt{27} + \sqrt{64}} = \sqrt[3]{3+8} = \sqrt[3]{11} \approx 2.2 \\ c &= \sqrt[3]{\sqrt{26} + \sqrt{65}} = \sqrt[3]{\sqrt{25} + \sqrt{64}} = \sqrt[3]{5+8} = \sqrt[3]{13} \approx 2.3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b > a > c$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس دوم - توان‌های گویا)

۱۲- گزینه «۳» -

$$0 \leq \theta \leq 90 \Rightarrow 0 \leq \cos \theta \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{4} + 2 \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \frac{x}{4} \leq -1 \Rightarrow -8 \leq x \leq -4$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۳» -

$$2 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = 2 + \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \frac{2+x(x-1)-x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 2 + \frac{-2x}{x^2-1} = \frac{2x^2-2-2x}{x^2-1}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری)

۱۴- گزینه «۴» -

$$\frac{\sin 2x - \cos 2x}{\cos 2x} = \tan 2x - 1 = \frac{1}{5}$$

$$\tan 2x = \frac{6}{5} \Rightarrow \cot 2x = \frac{5}{6}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۱۵- گزینه «۲» -

$$1 + \tan^2(\alpha) = \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \Rightarrow 1 + \frac{19}{16} = \frac{1}{\cos^2(\alpha)} \Rightarrow \cos^2(\alpha) = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos(\alpha) = \pm \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۱۶- گزینه «۴» -

$$B = \frac{1 + \frac{6}{10} + \frac{8}{10}}{\frac{8}{6}} = \frac{\frac{24}{10}}{\frac{8}{6}} = \frac{18}{10}$$

نحوه به دست آوردن $\sin x$:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{ق ق} \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \text{غ ق چون زاویه حاده است} \end{cases}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۱» -

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \frac{2}{16} = \frac{1}{\cos^2 s} \Rightarrow \cos^2 s = \frac{16}{19}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی)

۱۸- گزینه «۱» -

$$A = 1^{-y} + 2^{-y} + 3^{-y} + \dots = 1^{-y} + 3^{-y} + 5^{-y} + \dots + 2^{-y} + 4^{-y} + 6^{-y} + \dots = 1^{-y} + 3^{-y} + 5^{-y} + \dots + 2^{-y} (1 + 2^{-y} + 3^{-y} + \dots) = B + 2^{-y} A$$

حال با ساده کردن تساوی فوق به دست می آوریم:

$$\frac{B}{A} = \frac{127}{128}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - توان n ام)

۱۹- گزینه «۱» - ساده شده عبارت داده شده برابر است با:

$$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} - \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|} - \frac{|1+\sin x|}{|\cos x|} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{1}{-\cos x} - \frac{1+\sin x}{-\cos x} = \frac{1-1-\sin x}{-\cos x} = \tan x$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم و سوم - روابط مثلثاتی و دایره مثلثاتی)

۲۰- گزینه «۱» - طرفین را به توان ۲ می رسانیم:

$$(\sqrt{a\sqrt{a^x}})^2 = (a^x)^2 \Rightarrow a\sqrt{a^x} = a^x \Rightarrow \sqrt{a^x} = a^x$$

مجدداً این کار را تکرار می کنیم:

$$(\sqrt{a^x})^2 = a^x \Rightarrow a^x = a^x \Rightarrow x = 6$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس اول - توان و ریشه n ام)