

ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» -

$$\sqrt{\frac{x^2 y^4}{z^2}} = \frac{\sqrt{x^2} \times \sqrt{y^4}}{\sqrt{z^2}} = \frac{|x| |y^2|}{|z|} = \frac{|x| y^2}{|z|} \xrightarrow{\frac{|x|}{|z|} = \frac{x}{z}} \left| \frac{x}{z} \right| y^2$$

حال برای برقراری تساوی $\left| \frac{x}{z} \right| y^2 = \frac{-xy^2}{z}$ باید $\frac{x}{z} = \frac{-x}{z}$ شود به عبارت دیگر باید $\frac{x}{z} < 0$ باشد یعنی هم علامت نباشند لذا $xz < 0$ خواهد بود. (طلوعی) (فصل سوم - درس اول - ریشه و توان) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - می‌دانیم: اعداد بین صفر و یک هرچه رادیکال به فرجه بزرگتری از آن‌ها بگیریم، بزرگتر می‌شوند.

$$\begin{aligned} a < \sqrt[n]{a} &\Rightarrow a - \sqrt[n]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[n]{a}| = \sqrt[n]{a} - a \\ \sqrt{a} < \sqrt[n]{a} &\Rightarrow \sqrt[n]{a} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow |-\sqrt{a} + \sqrt[n]{a}| = -\sqrt{a} + \sqrt[n]{a} \\ \Rightarrow A &= \sqrt[n]{a} - a - \sqrt{a} + \sqrt[n]{a} = 2\sqrt[n]{a} - \sqrt{a} - a \end{aligned}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس دوم - ریشه n ام) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

گزینه «۱»: $\sqrt[n]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$

گزینه «۲»: $\sqrt[n]{a} = a, a > 0 \Rightarrow a = 1$ یک مقدار دارد.

گزینه «۳»: $\sqrt[n]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$

گزینه «۴»: $\sqrt[n]{a} > a, a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1$

(طلوعی) (فصل سوم - درس دوم - ریشه n ام) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} \delta^x = \sqrt{3} &\xrightarrow{\text{توان } 2} \delta^{2x} = 3 \xrightarrow{\text{توان } y} \delta^{2yx} = 3^y \xrightarrow{3^y = \sqrt{5}} \delta^{2xy} = \sqrt{5} \\ 3^y = \sqrt{5} &\xrightarrow{\text{توان } 2} 3^{2y} = 5 \xrightarrow{\text{توان } x} 3^{2xy} = 5^x \xrightarrow{5^x = \sqrt{3}} 3^{2xy} = \sqrt{3} \\ \Rightarrow 2xy &= \frac{1}{2} \Rightarrow xy = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 y^2 = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا) (دشوار)

۵- گزینه «۱» -

$$\begin{aligned} A &= 1^{-y} + 2^{-y} + 3^{-y} + \dots = 1^{-y} + 3^{-y} + 5^{-y} + \dots + 2^{-y} + 4^{-y} + 6^{-y} + \dots = 1^{-y} + 3^{-y} + 5^{-y} + \dots + 2^{-y} (1 + 2^{-y} + 3^{-y} + \dots) = \\ B &+ 2^{-y} A \end{aligned}$$

حال با ساده کردن تساوی فوق به دست می‌آوریم:

$$\frac{B}{A} = \frac{127}{128}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - توان n ام) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} (\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) &\stackrel{\text{مزدوج}}{=} x - 2 - (x+1) \Rightarrow 2\sqrt{(x-2)(x+1)} = -3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{1}{9} \\ \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری) (متوسط)

۷- گزینه «۲» -

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\sqrt{3-\sqrt{8}}-\sqrt{3+\sqrt{8}}}{\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}} \times \frac{\sqrt{3-\sqrt{8}}-\sqrt{3+\sqrt{8}}}{\sqrt{3-\sqrt{8}}-\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \frac{(\sqrt{3-\sqrt{8}}-\sqrt{3+\sqrt{8}})^2}{3-\sqrt{8}-3-\sqrt{8}} = \frac{3-\sqrt{8}+3+\sqrt{8}-2\sqrt{(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})}}{-2\sqrt{8}}$$

$$= \frac{6-2\sqrt{9-8}}{-2\sqrt{8}} = \frac{6-2}{-2\sqrt{8}} = \frac{-2\sqrt{8}}{8} = -\frac{4\sqrt{2}}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم - گویا کردن مخرج کسرها) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - می‌دانیم:

$$(a \geq 0)^n \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$169^{\frac{2}{3}} \times 13^{-1} = (13^2)^{\frac{2}{3}} \times 13^{-1} = 13^{\frac{4}{3}} \times 13^{-1} = 13^{\frac{4}{3}-1} = 13^{\frac{1}{3}}$$

$$13^{\frac{2}{3}} = 13^{\frac{2}{3}} = 13^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{13})^2 = x^2$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^{24} + 1 = (x^4)^3 + 1^3 = (x^4 + 1)(x^{12} - x^4 + 1)$$

واضح است که عبارت $x^{24} + 1$ بر $x^4 + 1$ بخش پذیر است. (طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - می‌دانیم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \Rightarrow \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3}_4 = x^3 + \frac{1}{x^3} + \underbrace{3\left(x + \frac{1}{x}\right)}_4$$

$$\Rightarrow 64 - 12 = x^3 + \frac{1}{x^3} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری) (دشوار)

۱۱- گزینه «۳» -

$$9 < 14 < 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 3 < \sqrt{14} < 4 \Rightarrow -4 < -\sqrt{14} < -3 \Rightarrow -4 + 3 < 3 - \sqrt{14} < -3 + 3 \Rightarrow -1 < 3 - \sqrt{14} < 0$$

$$-1 + 0 = -1$$

(طلوعی) (فصل سوم - درس چهارم - عبارتهای جبری) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$4^x \times 4^{x+1} \times 4^{x+2} \times 4^{x+3} = 4^{4x+6} = 4^{18} \Rightarrow (4^2)^{4x+6} = 4^{18} \Rightarrow 2^{8x+12} = 2^{18} \Rightarrow 8x+12 = 18 \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس دوم - ریشه nام) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» - درست است زیرا: $\sin 170^\circ = \sin 10^\circ < \sin 20^\circ$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: نادرست است زیرا: $\cos 160^\circ = -\cos 20^\circ$

گزینه «۳»: نادرست است زیرا می‌دانیم برای هر زاویه حاده داریم: $\tan x > \sin x$

گزینه «۴»: نادرست است زیرا می‌دانیم برای هر زاویه حاده داریم: $\cot x > \cos x$

(طلوعی) (فصل سوم - درس اول) (آسان)

۱۴- گزینه «۴» - به جای x ها یک زاویه دلخواه قرار می‌دهیم.

$$x = 0 \Rightarrow 1 + B = -1 \Rightarrow B = -2$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی) (متوسط)

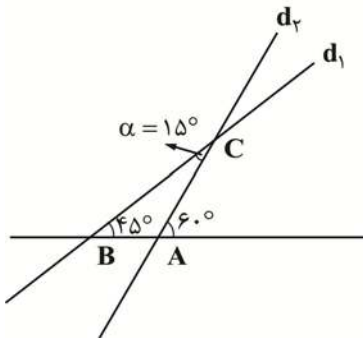
۱۵- گزینه «۴» -

$$\frac{\sin 2x - \cos 2x}{\cos 2x} = \tan 2x - 1 = \frac{1}{5}$$

$$\tan 2x = \frac{6}{5} \Rightarrow \cot 2x = \frac{5}{6}$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس سوم - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» -



$$d_1: 3\sqrt{2}x - 6y + 8 = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{4}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

$$d_2: y - \sqrt{3}x + 1 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 1 \Rightarrow m_2 = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \theta_2 = 60^\circ$$

بنابراین طبق شکل:

$$\hat{A}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 120^\circ \Rightarrow B = 45^\circ$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + 45^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب با تانژانت زاویه) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» -

$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha| = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \text{ربع دوم}$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم - دایره مثلثاتی) (متوسط)

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$$

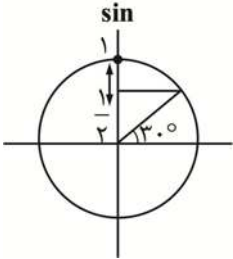
$$\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{16}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» - برای هر زاویه α ; $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ یعنی حداکثر سینوس ۱ و حداقل آن -۱ می‌باشد. وقتی α در بازه $[90^\circ, 30^\circ]$ است، تغییرات

محدودتر می‌شود.



$$\sin 30^\circ < \sin \alpha \leq \sin 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} < \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2m-1}{4} \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 2 < 2m-1 \leq 4$$

$$3 < 2m \leq 5 \Rightarrow \frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2}$$

(طلوعی) (فصل دوم - درس دوم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -

$$3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 3 \sin^2 x - 2(1 - \sin^2 x) = 5 \sin^2 x - 2 = 3 \Rightarrow 5 \sin^2 x = 5 \Rightarrow \sin^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm 1$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 90^\circ$ $\Rightarrow \sin x = 1$ (طلوعی) (فصل دوم - درس سوم - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)