

ریاضی ۱

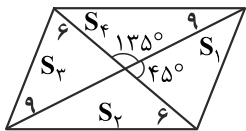
۱- گزینه «۱» -

$$AD^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow AD = \sqrt{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \beta \text{ حاده} = 45^\circ \xrightarrow{\alpha=135^\circ} \sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(حسینی) (فصل دوم - درس ۲ - شناخت دایره مثلثاتی) (آسان)

۲- گزینه «۳» -



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \sin 45^\circ = 27 \sin 45^\circ = 27 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 \Rightarrow S_{\sigma} = 4S_1 = 4 \times 27 \frac{\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس ۱ - مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۳- گزینه «۲» -

پس ΔABC قائم‌الزاویه است. $\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}BD = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}CD = 30^\circ$

$$\begin{cases} AB = r = 1 \\ BD = r = 1 \end{cases} \text{ شعاع دایره مثلثاتی}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس ۲ - مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۴- گزینه «۱» -

$$\xrightarrow{\cos 90^\circ = 0} \cos 1^\circ \cos 2^\circ \dots \cos 89^\circ \dots \cos 180^\circ = 0$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس ۲ - مثلثات - شناخت دایره مثلثاتی) (آسان)

۵- گزینه «۴» -

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \sin x \leq 3$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \cos x \leq 2$$

بیش‌ترین مقدار $3 \sin x + 2 \cos x \leq 5$

(حسینی) (فصل دوم - درس ۲ - مثلثات - دایره مثلثاتی) (آسان)

۶- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} 2y = x + 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \xrightarrow{-} y = 2, x = 3 \Rightarrow \text{نقطه برخورد} \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\tan 45^\circ = 1 = m$$

$$y = x - 1 \Rightarrow x - y = 1$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس ۲ - مثلثات - شیب خط و تانژانت α) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$\cos^2 x - \sin^2 x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 = \cos^2 x - \sin^2 x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{8}{9}$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\frac{8}{9}} = \frac{17}{9} \Rightarrow \sin x + \cos x = \pm \frac{\sqrt{17}}{3} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{17}}{3}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{\sqrt{17}}{3}\right) = \frac{\sqrt{17}}{9}$$

(حسینی) (فصل دوم - درس ۳ - مثلثات - روابط مثلثاتی) (دشوار)

۸- گزینه «۲» -

$$\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \cos^2 \theta = \frac{1}{|\sin \theta|} (1 - \cos^2 \theta) = \frac{\sin^2 \theta}{-\sin \theta} = -\sin \theta$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس دوم - شناخت دایره مثلثاتی و روابط مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9}$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{8}{9} \Rightarrow 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{64}{81}$$

(حسینی) (فصل دوم - درس ۲ - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$x = 150^\circ$$

$$\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan^2 x + \cos x = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{6}$$

(اکرامی طلب) (فصل دوم - درس ۳ - مثلثات - روابط مثلثاتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$x^2 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$$

$$\sqrt{(x^2 + 1)^2} = \underbrace{|x^2 + 1|}_{>0} = x^2 + 1$$

$$\sqrt{\frac{-8}{x^2 - (x^2 + 1)}} = \sqrt{\frac{-8}{x^2 - x^2 - 1}} = \sqrt[3]{-8} = 2$$

(حسینی) (فصل سوم - درس ۲ و ۴ - ریشه و توان و رادیکال - ریشه ۱۱، اتحاد مربع و خواص رادیکالها) (آسان)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\frac{\sqrt[4]{64} + \sqrt[4]{81}}{(3(2\sqrt{5}) - 4\sqrt{5})^2} = \frac{2+3}{(2\sqrt{5})^2} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(اکرامی طلب) (فصل سوم - درس ۱ و ۲ - ریشه و توان - ریشه و توان و جمع رادیکال‌ها) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

نکته: $\sqrt[n]{a^m} \xrightarrow{\text{زوج } n, m} |a|^{\frac{m}{n}}$

$$\sqrt[4]{a^2} = \sqrt[4]{|a|} \frac{a < 0}{|a| = -a} \sqrt{-a}$$

(اکرامی طلب) (فصل سوم - درس ۲ - ریشه و توان - ریشه mام) (آسان)

۱۴- گزینه «۴» -

$$x^4 = 4 \Rightarrow \sqrt[4]{x^4} = \sqrt[4]{4} \Rightarrow |x| = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

ریشه‌های دوم عدد ۲: $x = \pm\sqrt{2}$

(حسینی) (فصل سوم - درس ۱ و ۲ - ریشه و توان - ریشه mام) (آسان)

۱۵- گزینه «۱» - مثال نقض الف:

$$a = 9, b = 4, n = 2$$

$$\sqrt{9+4} \neq \sqrt{9} + \sqrt{4}$$

باید $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, a > 0$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[4]{a^4} = |a| \\ \sqrt[3]{a^3} = a \end{cases}$$

$$\text{ث) } \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = 3$$

هر پنج عبارت نادرست هستند. (حسینی) (فصل سوم - درس ۳ - ریشه و توان - توان‌های گویا) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$\sqrt[15]{3 \times 3^2} = \sqrt[15]{3^3} = \sqrt[5]{3}$$

(اکرامی طلب) (فصل سوم - درس ۳ - ریشه و توان - توان‌های گویا و خواص رادیکال‌ها) (آسان)

۱۷- گزینه «۲» -

$$\sqrt[3]{5\sqrt{5}} = \sqrt[3]{5^1 \times 5^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{5^{\frac{3}{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} = y$$

$$A = \frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \frac{(y-2)(y+2)(y^2 + 3)}{8(y+2)} \xrightarrow{y = \sqrt{5}} \frac{(\sqrt{5}-2)(5+3)}{8} = \sqrt{5} - 2$$

(حسینی) (فصل سوم - درس ۴ - عبارتهای جبری) (متوسط)

نکته: $a^{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{a^b}$

$$x\sqrt{\sqrt{x^3} \times x^2 \sqrt[5]{x\sqrt{x}}} = x\sqrt{\sqrt{\sqrt[5]{x^{25}} \cdot x\sqrt{x}}} = x\sqrt[6]{x^{53}} = x \times x^{\frac{53}{6}} = x^{1+\frac{53}{6}} = x^{\frac{113}{6}}$$

$$\frac{5+2\sqrt{3}}{1-2\sqrt{3}} \times \frac{1+2\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}} = \frac{5+1\sqrt{3}+2\sqrt{3}+12}{1-12} = \frac{17+12\sqrt{3}}{-11}$$

$a = 113, b = 17, d = 11$

با مقایسه با سمت راست تساوی متوجه می‌شویم که:

$$\sqrt[3]{a+15} + \sqrt[4]{b-1} + \sqrt[5]{d-3} = \sqrt[3]{128} + \sqrt[4]{16} + \sqrt[5]{8} = 2+2+2=6$$

(حسینی) (فصل سوم - درس ۲، ۳ و ۴ - توان و رادیکال - ترکیبی - خواص رادیکال و گویا کردن مخرج کسرها) (دشوار)

$$\sqrt{5-3\sqrt{2}} - \sqrt{5+3\sqrt{2}} = A \xrightarrow{\text{توان } 2} A^2 = 5-3\sqrt{2}+5+3\sqrt{2}-2\sqrt{(5-3\sqrt{2})(5+3\sqrt{2})}$$

$$A^2 = 10-2\sqrt{25-18} = 10-2\sqrt{7}$$

$$A = \pm\sqrt{10-2\sqrt{7}} \xrightarrow{\text{مقدار } A \text{ منفی است، چون } \sqrt{5+3\sqrt{2}} > \sqrt{5-3\sqrt{2}}} A = -\sqrt{10-2\sqrt{7}}$$

$$\text{عبارت نهایی: } -\sqrt{10-2\sqrt{7}} \times \sqrt{10+2\sqrt{7}} = -\sqrt{100-28} = -\sqrt{72} = -\sqrt{36 \times 2} = -6\sqrt{2}$$

(اکرامی‌طلب) (فصل سوم - درس ۴ - توان و ریشه - رادیکال‌ها - ضرب رادیکال‌ها و اتحاد مربع) (دشوار)

$$\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[4]{49} = \sqrt[4]{7^2} = \sqrt{7}$$

$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}+1$$

$$\text{صورت: } (\sqrt{7}-\sqrt{6})^{\frac{1}{\sqrt{2}-1}} \times (\sqrt{7}+\sqrt{6})^{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{7}-\sqrt{6})^{\sqrt{2}+1} \times (\sqrt{7}+\sqrt{6})^{\sqrt{2}+1} = (7-6)^{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{5}-2)(\sqrt[3]{25}+2\sqrt[3]{5}+4)$$

اتحاد چاق و لاغر $5-8=-3$

$$\text{مخرج: } 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

جواب نهایی: $\frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$

(اکرامی‌طلب) (فصل سوم - درس ۱، ۲، ۳ و ۴ - ریشه و توان - ترکیبی - خواص رادیکال، ضرب رادیکال‌ها، گویا کردن مخرج کسر، توان‌رسانی و ریشه‌گیری، اتحادها) (دشوار)