

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» -

یکی از تاس‌ها ۳ باشد. $A = \{(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$

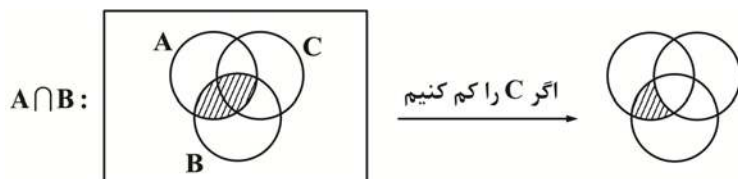
حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس ۶ باشد. $B = \{(1, 6), (6, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

برای مشخص کردن پیشامدی که یکی از تاس‌ها ۳ و حاصل ضرب اعداد برآمده از دو تاس ۶ باشد باید $A \cap B$ را محاسبه کنیم:

$$A \cap B = \{(2, 3), (3, 2)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال روی پیشامدها)

۲- گزینه «۱» -



در نتیجه پیشامد شکل خواسته شده به صورت $(A \cap B) - C$ می‌باشد. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - اعمال روی پیشامدها)

۳- گزینه «۴» -

$$n(S) = \overset{\text{تاس}}{6} \times \overset{\text{سکه}}{2} = 12$$

$$A = \left\{ \underbrace{(\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{ر, 1}), (\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{ر, 3}), (\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{ر, 5}), (\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{پ, 1}), (\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{پ, 3}), (\overset{\text{تاس فرد آمده است}}{پ, 5})}_{\text{تاس فرد یا سکه رو بیاید.}} \underbrace{(\overset{\text{سکه رو آمده است}}{\cancel{ر}, 1}), (\overset{\text{سکه رو آمده است}}{ر, 2}), (\overset{\text{سکه رو آمده است}}{\cancel{ر}, 3}), (\overset{\text{سکه رو آمده است}}{ر, 4}), (\overset{\text{سکه رو آمده است}}{\cancel{ر}, 5}), (\overset{\text{سکه رو آمده است}}{ر, 6})}_{\text{سکه رو آمده است.}} \right\}$$

* عضوهای تکراری را فقط یک بار می‌نویسیم:

$$n(A) = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۴- گزینه «۱» -

$$n(S) = \overset{\text{تاس}}{6} \times \overset{\text{تاس}}{6} = 36$$

$$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۵- گزینه «۳» - احتمال وقوع متمم یک پیشامد با $P(A')$ نشان داده می‌شود، برای دو پیشامد متمم A و A' داریم:

$$\begin{cases} n(A) = 16 \\ P(A') = \frac{3}{7} \end{cases}$$

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{16}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 28$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۶- گزینه «۲» - کل جعبه دارای $۳+۲+۴=۹$ مهره است. از بین این مهره‌ها ۳ مهره انتخاب می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{(9-3)! \times 3!} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{\cancel{9}^3 \times \cancel{8}^4 \times 7 \times 6!}{6! \times \cancel{3}^3} = 84$$

برای این که حداکثر ۲ مهره قرمز باشد باید دو مهره قرمز یا یک مهره قرمز و یا صفر مهره قرمز داشته باشیم: ۴ آبی سفید $+ ۲ = ۶$ غیرقرمز

غیرقرمز قرمز غیرقرمز قرمز غیرقرمز قرمز غیرقرمز قرمز

$$n(A) = \binom{3}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{6}{2} + \binom{3}{0} \times \binom{6}{3} = (3 \times 6) + (3 \times 15) + (1 \times 20) \Rightarrow n(A) = 18 + 45 + 20 = 83$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{83}{84}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۷- گزینه «۴» -

$$\boxed{5} \boxed{4} \boxed{3} \Rightarrow n(s) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

احتمال این که عدد مضرب ۲ باشد: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$$\boxed{3} \boxed{2} \boxed{2} \Rightarrow n(A) = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

↓
فقط ۲، ۶

$$P(A) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

احتمال این که عدد مضرب ۲ نباشد: $P(A') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - احتمال)

۸- گزینه «۱» - گام‌های چرخه آمار در حل مسائل عبارتند از:

۱) بیان مسئله (فهم مسئله) / ۲) طرح و برنامه‌ریزی (اندازه‌گیری و سنجش) / ۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها / ۴) تحلیل داده‌ها (استفاده از

شاخص‌های مرکزی و پراکندگی - استفاده از نمودارها) / ۵) بحث و نتیجه‌گیری

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

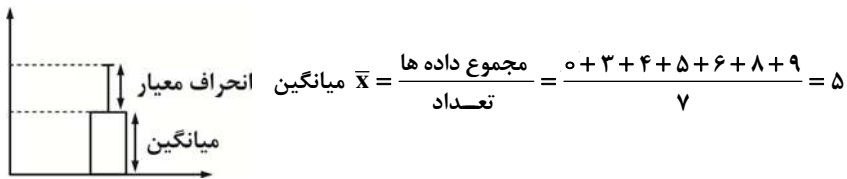
۹- گزینه «۱» - موارد «الف» و «ب» نادرست هستند. معیارهای گرایش به مرکز عبارتند از: میانه - میانگین - مد و معیارهای پراکندگی عبارتند از:

دامنه تغییرات - دامنه میان چارکی - واریانس - انحراف معیار

شفاف‌سازی مسئله و طرح پرسش جزو گام اول (بیان مسئله) است.

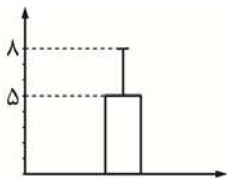
(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۰- گزینه «۳» - در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند (هنگامی که داده دور افتاده نداشته باشیم) می‌توانیم از نموداری استفاده کنیم که بلندی مستطیل آن نشان‌دهنده میانگین باشد و میله خطی آن به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا آمده باشد.



$$S^2 = \frac{(0-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{7} \Rightarrow S^2 = \frac{56}{7} = 8$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{S^2} = \sqrt{8} \approx 3$$



(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۱- گزینه «۲» - پس از مرتب کردن داده‌ها اگر تعداد داده‌ها فرد باشد وسط همان میانه است یعنی تعداد اعدادی که قبل از آن هستند با تعداد اعدادی که بعد از آن قرار دارند، برابرند. ولی اگر تعداد داده‌ها زوج باشد میانه برابر است با میانگین دو داده وسط. یعنی دو داده وسط را جمع و نصف می‌کنیم. هم‌چنین میانه همان چارک دوم است.

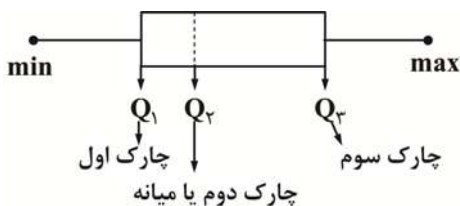


(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۲- گزینه «۱» - گردآوری داده‌ها، سازماندهی و اصلاح آن‌ها جزو گام سوم چرخه آمار در حل مسائل است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۳- گزینه «۴» - شکل مقابل نمودار جعبه‌ای تعدادی داده است.



با توجه به این نمودار میانه برابر ۴ می‌باشد بنابراین گزینه «۲» نادرست است. دامنه میان چارکی عبارت است از: $Q_3 - Q_1 = 7 - 3 = 4$. بنابراین گزینه «۳» نیز نادرست است. چون چارک دوم به چارک اول نزدیک‌تر است پس داده‌های بین چارک اول و دوم تراکم بیشتری دارند در نتیجه گزینه «۱» نیز نادرست است. چون دنباله سمت راست نسبت به دنباله سمت چپ کوتاه‌تر است پس تراکم داده‌ها نیز کمتر است.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل)

۱۴- گزینه «۱» - متغیر کیفی برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به کار می‌رود. متغیر کمی، مقادیر عددی می‌گیرد. انواع مقیاس‌های اندازه‌گیری

نیز عبارتند از:



(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - گردآوری داده‌ها)

$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع داده های اولیه}}{\text{تعداد}} = \text{میانگین اولیه} \Rightarrow \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}} = \text{میانگین}$$

$$98 = \frac{\text{مجموع داده های اولیه}}{7} \Rightarrow \text{مجموع داده های اولیه} = 98 \times 7 = 686$$

$$15 = \frac{90}{6} = \frac{\text{مجموع داده های جدید}}{\text{تعداد جدید}} \Rightarrow \text{مجموع داده های جدید} = 90 = 98 - 8$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز)

۱۶- گزینه «۴» - شاخص‌های مرکزی (میانگین - میانه - مد) نسبت به چهار عمل اصلی (ضرب - جمع - تفریق - تقسیم) تأثیر پذیرند. بنابراین میانه جدید برابر است با $20 = 4 \times 5$. (اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - معیارهای گرایش به مرکز)

۱۷- گزینه «۳» - ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم اگر تعداد آن‌ها فرد باشد داده وسطی همان میانه است.

$$\begin{array}{ccc} 5, 7, 9, 11, 13 & \xrightarrow{\text{حذف داده‌ها بعد از حذف میانه}} & 5, 7, 11, 13 \\ \downarrow & & \\ \text{میانه} & & \end{array}$$

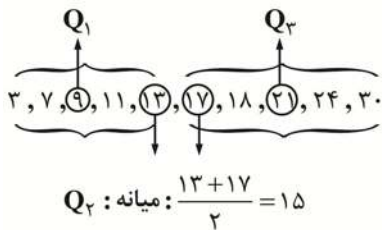
$$\text{واریانس} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}} = \frac{5 + 7 + 11 + 13}{4} = 9$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\frac{(5-9)^2 + (7-9)^2 + (11-9)^2 + (13-9)^2}{4}} = \sqrt{\frac{16+4+4+16}{4}} = \sqrt{10}$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس سوم - معیارهای پراکندگی)

۱۸- گزینه «۲» - در یک سری از داده‌ها، میانه همان چارک دوم است (Q_2). اگر میانه نیمه اول داده‌ها را حساب کنیم چارک اول (Q_1) و اگر میانه نیمه دوم داده‌ها را حساب کنیم چارک سوم (Q_3) به دست می‌آید، که اختلاف $Q_3 - Q_1$ را دامنه میان چارکی می‌نامند و با IQR نشان می‌دهند. در این جا ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها زوج است میانگین دو داده وسطی میانه است.



$$\Rightarrow Q_1 = 9, Q_3 = 21 \Rightarrow Q_3 - Q_1 = 21 - 9 = 12$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس سوم - معیارهای پراکندگی)

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 1) + (4 \times 2) + (5 \times 4) + (10 \times 3)}{1 + 2 + 4 + 3} = \frac{2 + 8 + 20 + 30}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

(اکبری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس اول - نمودارهای یک متغیره)

۲۰- گزینه «۴» - نمودار راداری می‌تواند مقدارهای ۳ متغیر یا بیشتر را به‌طور همزمان نمایش دهد. این نمودار متغیرهای کمی را نشان می‌دهد. این نمودار از چند نیم‌خط تشکیل می‌شود که در نقطه‌ای مرکزی به یکدیگر اتصال دارند و با زاویه‌های یکسان بین هم، گرداگرد آن نقطه قرار گرفته‌اند، هم‌چنین هر کدام از خطوط نشان‌دهنده یک متغیر است. (اکبری) (پایه دهم - فصل پنجم - درس دوم - نمودارهای چند متغیره)