

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - فقط مورد «ب» نادرست است. در نمودار دایره‌ای هر چه فراوانی داده‌ای کمتر باشد، زاویه مربوط به آن داده در نمودار دایره‌ای نیز کمتر است.

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها، نمودارهای یک متغیره - نمودارهای آماری) (آسان)

۲- گزینه «۲» - بیشترین فراوانی مربوط به افراد با سطح مهارت ۳ است زیرا دارای بیشترین درصد فراوانی هستند:

$$\frac{30}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{30 \times 360}{100} = 108$$

(سرآبروی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها، نمودارهای یک متغیره - نمودارهای دایره‌ای) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - هر نقطه در نمودار نقطه‌ای یکبار تکرار هر داده را نشان می‌دهد. ده داده داریم که میانه برابر است با: ( داده‌ها به ترتیب هستند)

$$12 = \frac{12 + 12}{2} = \text{میانه}$$

و میانگین برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{(1 \times 15) + (1 \times 14) + (2 \times 13) + (2 \times 12) + (4 \times 11)}{10} = \frac{123}{10} = 12.3$$

تفاضل میانگین و میانه برابر است با:

$$12.3 - 12 = 0.3$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها، نمودارهای یک متغیره - نمودار نقطه‌ای، میانگین و میانه) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل - چرخه آمار) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - مد داده‌ها عدد ۷ است. (زیرا بیشترین فراوانی را دارد) برای یافتن میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{(9 \times 3) + (7 \times 20) + (5 \times 10) + (3 \times 5) + (1 \times 2)}{3 + 20 + 10 + 5 + 2} = \frac{234}{40} = 5.85$$

فرونی مد از میانگین برابر است با:

$$5.85 - 5 = 0.85$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها، نمودارهای یک متغیره - نمودار خط شکسته) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - از آنجا که متغیر مورد نظر شیوه رفت و آمد است و از نوع عدد نیست پس متغیر کیفی است و از آنجا که نوعی ترتیب در این شیوه‌ها وجود دارد پس مقیاس آن ترتیبی است.

(کتاب درسی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - چرخه آمار در حل مسائل - چرخه آمار) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - در نمودار حبابی رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\text{مساحت دایره A}}{\text{میزان متغیر سوم A}} = \frac{\text{مساحت دایره B}}{\text{میزان متغیر سوم B}} \Rightarrow \frac{x}{45} = \frac{\pi r_A^2}{\pi r_B^2}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \frac{x}{45} = \frac{r_B^2}{r_A^2}$$

$$\frac{x}{45} = 4 \Rightarrow x = 4 \times 45 = 180$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - نمایش داده‌ها، نمودارهای چند متغیره - نمودار حبابی) (دشوار)

۸- گزینه «۴» -

$$A = \frac{30}{100} \times 80 = 24$$

$$B = \frac{30}{100} \times 50 = 15$$

$$B \text{ و } A = 32 + 15 = 47$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - نمایش داده‌ها، نمودارهای چند متغیره - نمودار راداری) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$40 = 8 + 4 + 17 + 11 = \text{تعداد کل افراد}$$

$$8 = \text{تعداد افراد دارای گروه خونی O}$$

$$0.2 = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} = \frac{A}{40} \Rightarrow \text{احتمال آن که فرد انتخاب شده دارای گروه خونی O باشد.}$$

(یگانه) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمودارهای یک متغیره - نمودار میله‌ای، احتمال) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش:

$$n(s) = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

حالاتی که سکه‌ها یکسان و تاس عدد مضرب ۳ ظاهر شود به صورت زیر است:

$$n(A) = 4 \Rightarrow \{(6, \text{پ}, \text{پ}), (3, \text{پ}, \text{پ}), (6, \text{ر}, \text{ر}), (3, \text{ر}, \text{ر}), (2, \text{ر}, \text{ر}), (2, \text{پ}, \text{پ})\}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال، احتمال - پیشامدهای مرکب) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با تعداد حالات انتخاب ۳ سیب از

مجموع ۱۵ سیب:

$$n(s) = \binom{15}{3} = \frac{15!}{12!3!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{12! \times 3 \times 2 \times 1} = 455$$

و پیشامد مطلوب آن است که تعداد سیب‌های سالم بیشتر باشد که باید دو حالت در نظر گرفت:

الف) ۲ سیب سالم و ۱ سیب لکهدار:

$$\binom{10}{2} \times \binom{5}{1} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2 \times 1} \times 5 = 45 \times 5 = 225$$

ب) ۳ سیب سالم:

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{225 + 120}{455} = \frac{345}{455} = \frac{69}{91}$$

(تمرین کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال، احتمال - دشوار)

۱۲- گزینه «۴» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس:

$$n(s) = 6 \times 6 = 36$$

حال از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

حاصل ضرب اعداد رو شده ۲۵ یا بیشتر گردد.  $A'$

$$A' = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{4}{36} = \frac{8}{9}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال، احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با تعداد حالات انتخاب ۲ کارت از ۶ کارت:

$$n(s) = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2 \times 1} = 15$$

حال باید از بین ۳ کارت زوج موجود (۲، ۴، ۶) ۲ کارت انتخاب کنیم:

$$n(A) = \binom{3}{2} = 3$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

(سرآبروی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - آمار و احتمال، احتمال - احتمال) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» - در مرحله طرح و برنامه‌ریزی (گام دوم) علاوه بر توافق درباره چگونگی اندازه‌گیری

متغیرهای مورد نظر، درباره اندازه نمونه چگونگی نمونه‌گیری نیز تصمیم‌گیری می‌شود. و در مرحله

تحلیل داده (گام چهارم) داده‌ها را تحلیل کرده و نتایج را ارائه می‌دهیم.

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - گام‌های چرخه آمار) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» - ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم :

$۱۲, ۱۳, ۱۴/۵, ۱۵, \boxed{۱۵/۵}, ۱۷, ۱۸, ۱۸/۵, ۲۰$   
 نیمه اول داده ها      میانه      نیمه دوم داده ها

۹ تا داده داریم. می‌دانیم که ابتدا و انتهای جعبه در نمودار جعبه‌ای چارک‌های اول و سوم هستند.

$$Q_1 = \frac{۱۳+۱۴/۵}{۲} = ۱۳/۷۵ \quad Q_3 = \frac{۱۸+۱۸/۵}{۲} = ۱۸/۲۵$$

داده‌ها بیشتر از  $۱۳/۷۵$  و کمتر از  $۱۸/۲۵$  داخل جعبه هستند. که باید انحراف معیار آن‌ها را پیدا کنیم:

$۱۴/۵, ۱۵, ۱۵/۵, ۱۷, ۱۸$

$$\bar{x} = \frac{۱۴/۵ + ۱۵ + ۱۵/۵ + ۱۷ + ۱۸}{۵} = \frac{۸۰}{۵} = ۱۶$$

$$\sigma^2 = \frac{(۱۴/۵-۱۶)^2 + (۱۵-۱۶)^2 + (۱۵/۵-۱۶)^2 + (۱۷-۱۶)^2 + (۱۸-۱۶)^2}{۵}$$

$$= \frac{۲/۲۵ + ۱ + ۰/۲۵ + ۱ + ۴}{۵} = \frac{۸/۵}{۵} = ۱/۷ \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma = \sqrt{۱/۷} \approx ۱/۳$$

(سراسری) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - نمایش داده‌ها، نمودارهای یک متغیره - نمودار جعبه‌ای) (دشوار)

۱۶- گزینه «۱» - از جامعه‌ای به اندازه  $N$ ، تعداد حالاتی که می‌توان نمونه‌های  $n$  تایی انتخاب

کنیم برابر  $\binom{N}{n}$  است:

$$\binom{۱۸}{۳} = \frac{۱۸!}{(۱۸-۳)!3!} = \frac{۱۸ \times ۱۷ \times ۱۶ \times ۱۵!}{۱۵! \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۱۶$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - گام‌های چرخه آمار) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - در مرحله طرح و برنامه‌ریزی (گام دوم) باید درباره چگونگی اندازه‌گیری

متغیرها تصمیم‌گیری کرد. در این‌جا چون اندازه‌گیری با دو واحد متفاوت انجام شده است پس ایشکال در این مرحله رخ داده است.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - گام‌های چرخه آمار) (آسان)

۱۸- گزینه «۳» - از آن‌جا که بین داده‌ها داده دورافتاده وجود دارد و (داده  $۷۳$ ) بنابراین

میانگین (معیار گرانش به مرکز) و انحراف معیار (معیار پراکندگی) می‌تواند همراه‌کننده باشند و نمی‌توان تنها به آن‌ها اکتفا کرد. بنابراین باید از میانه به عنوان معیار گرانش به مرکز و دامنه میان چارکی به عنوان معیار پراکندگی استفاده کرد.

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - معیارهای گرانش به مرکز و پراکندگی) (آسان)

۱۹- گزینه «۱» - داده‌ها را مرتب می‌کنیم :

$۱۵, ۱۷, ۱۸, \boxed{۱۹}, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۴, ۲۶, ۲۷, ۲۸, \boxed{۲۹}, ۳۰, ۳۱, ۳۳$   
 نیمه اول داده ها      نیمه دوم داده ها

پانزده داده داریم که داده هشتم میانه است:

$$\text{میانه} = ۲۴$$

چهارمین داده در هر نیمه چارک آن نیمه است :

$$Q_1 = ۱۹ = \text{چارک اول}$$

$$Q_3 = ۲۹ = \text{چارک سوم}$$

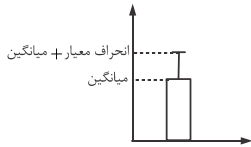
$$IQR = Q_3 - Q_1 = ۲۹ - ۱۹ = ۱۰$$

نسبت میانه به دامنه میان چارکی برابر است با :

$$\frac{۲۴}{۱۰} = ۲/۴$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - میانه و چارک‌ها) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - در نمودار میانگین - انحراف معیار که به صورت مقابل می‌باشد خواهیم داشت:



$$\bar{x} = ۱۵/۵ \text{ میانگین}$$

$$\bar{x} + \sigma = ۱۸ \text{ انحراف معیار} + \text{میانگین}$$

$$\Rightarrow ۱۵/۵ + \sigma = ۱۸ \Rightarrow \sigma = ۱۸ - ۱۵/۵ = ۲/۵$$

از آن‌جا که انحراف معیار جذر واریانس است پس :

$$\sigma^2 = (۲/۵)^2 = ۴/۲۵ = \text{واریانس}$$

(یگانه) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس سوم - آمار و احتمال، چرخه آمار در حل مسائل - نمودار میانگین - انحراف معیار) (متوسط)