

ریاضی

۱-گزینه «۲» -

$$p = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^3} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$p\sqrt{\sqrt{5}-2} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5-4} = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۳ - رادیکال‌ها) (متوسط)

۲-گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} \frac{-(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{2x}{x(x-1)(x+1)} &= \frac{-1}{x+1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{-x+1-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = -1 \end{cases} \\ \Rightarrow A+B &= -2 \end{aligned}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۳ - ساده کردن عبارت‌های گویا) (متوسط)

۳-گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} A &= ((x^2 - x)^2 - (x^2 + x)^2)((x^2 - x)^2 + (x^2 + x)^2) \\ A &= (-4x^2x)(2x^4 + 2x^2) = -4x^2(2x^4 + 2x^2) \\ A &= -8x^6(x^2 + 1) \Rightarrow p = -8 \end{aligned}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۳ - تجزیه کردن) (متوسط)

۴-گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow 2a = 1 + a \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{10})^+} [\frac{1}{x}] = [\frac{1}{(\frac{1}{10})^+}] = [10^-] = 9$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - محاسبه حد توابع) (متوسط)

۵-گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] - [x^2]}{2[x] - 1} = \frac{-3 - 4}{4 - 1} = -\frac{7}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[-x] - [x^2]}{2[x] - 1} = \frac{-2 - 3}{2 - 1} = -5$$

مجموع حد چپ و راست برابر است با:

$$-5 - \frac{7}{3} = -\frac{22}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - حد براکتی) (متوسط)

۶-گزینه «۳» -

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-2) - (x-2)}{(x-2)(2x+5)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2-1)}{(x-2)(2x+5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{2x+5} = \frac{3}{11} \end{aligned}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - حد $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۷-گزینه «۲» -

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2} + x - 4}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-4 + \sqrt{x-2})(x-4 - \sqrt{x-2})}{(x-3)(x-4 - \sqrt{x-2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 16 - x + 2}{(x-3)(3-4-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 18}{-2(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-6)}{-2(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-6}{-2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - حد $\frac{0}{0}$) (دشوار)

۸-گزینه «۴» -

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{1+f(x)} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] = [1/5] = 1$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{f(x)}{x} \right] = \left[\frac{0^-}{(-1)^-} \right] = [0^+] = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - حد براکت) (متوسط)

۹-گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-3)(x+3)}{x-3} = -6$$

چون:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ بنابرین } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \text{ وجود ندارد.}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۶ - حد $\frac{0}{0}$) (آسان)

۱۰-گزینه «۴» - هر سه جمله درست است. (کتاب درسی) (پایه یازدهم - فصل ۶ - پیوستگی) (آسان)

۱۱-گزینه «۱» -

$$T = \frac{2\pi}{\left| -\frac{3}{2} \right|} = \frac{4\pi}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دوره تناوب) (آسان)

۱۲-گزینه «۴» -

$$\sin 2x = -(\cos^2 x - 1) \Rightarrow \cos 2x = -\sin 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow \text{فاقد جواب حقیقی} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}(2k-1) \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۳-گزینه «۳» - با فرض $\log_2 x = t$ داریم:

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{t-\frac{1}{t}} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t(t-1)}{t^2-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t}{t+1} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - حد $\frac{0}{0}$) (دشوار)

۱۴-گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}(x+2 + (x+2)\sqrt{x-2})}{\sqrt{x-2}(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}(x^2+2x+4))} = \frac{4}{\sqrt{4}} = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - حد $\frac{0}{0}$) (دشوار)

۱۵-گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{1}{\sqrt{\sin x} - \sqrt{\cos x}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^+} - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^-}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - حد بی‌نهایت) (متوسط)

۱۶-گزینه «۳» -

$$2(\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4}) + \cos^2 \frac{\pi}{4} = 2 + \frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\Delta}{2} \\ B = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow A+B = 2 + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - نسبت‌های 2α) (متوسط)

۱۷-گزینه «۲» -

$$y = \frac{a}{2}(1 + \cos(2bx + \frac{\pi}{2})) + c = \frac{-a}{2}\sin(2bx) + \frac{a}{2} + c$$

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |b| = 5$$

$$\max y = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} + c + \left| \frac{a}{2} \right| = 2$$

$$\min y = -1 \Rightarrow \frac{a}{2} + c - \left| \frac{a}{2} \right| = -1$$

$$a+2c=1 \Rightarrow a+2c+|b|=6$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دوره تناوب) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» - ضابطه تابع مورد نظر به صورت $f(x) = x + b$ خواهد بود. نقطه توخالی انتهایی بازه را حساب می‌کنیم.

$$f(x + nT) = f(x)$$

$$f(-1) = f(-1 + 4(2)) = f(7) = 0 \Rightarrow b = -7$$

بنابراین ضابطه این تابع در بازه $[7, 9]$ به صورت $f(x) = x - 7$ خواهد بود.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دوره تناوب) (دشوار)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\max y = a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$\min y = a - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$T = \frac{2\pi}{\left| \frac{a\pi}{2} \right|} = \frac{4}{2} = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دوره تناوب) (آسان)

۲۰- گزینه «۴» -

$$T_f = \frac{\pi}{4}, \quad T_g = \frac{\pi}{\pi} = 1, \quad T_h = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - دوره تناوب) (متوسط)

۲۱- گزینه «۱» - تابع تناوب در هر ناحیه اکیداً صعودی است. $1/5$ رادیان و 1 رادیان در ناحیه

اول قرار دارند بنابراین:

$$1/5 > 1 \Rightarrow \tan(1/5) > \tan(1)$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - تابع تناوب) (متوسط)

۲۲- گزینه «۲» -

$$A = \sin^2(36^\circ + 24^\circ) \sin^2(27^\circ + 24^\circ)$$

$$A = \sin^2(24^\circ) \cos^2(24^\circ) = \left(\frac{1}{2} \sin 48^\circ\right)^2 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$A = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{64}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - روابط) (متوسط)

۲۳- گزینه «۳» -

$$\tan \alpha - \cot \alpha = 4 \Rightarrow -2 \cot 2\alpha = 4 \Rightarrow \tan 2\alpha = -\frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - نسبت‌های 2α) (آسان)

۲۴- گزینه «۳» -

$$p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a - 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

$$g(2) = p(4) = 64 - \frac{5}{4} \times 16 - 3 = 64 - 20 - 3 = 41$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - تقسیم) (آسان)

۲۵- گزینه «۲» -

$$\frac{x+12}{x^2+2x+6} > 1 \xrightarrow{x^2+2x+6>0} x^2+2x+6 < x+12$$

$$\Rightarrow x^2+x-6 < 0 \Rightarrow x \in (-3, 2)$$

بازه به‌دست آمده همسایگی $x=2$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - همسایگی) (آسان)