

حسابان

۱- گزینه «۲» -

$$A^2 = (3 - \sqrt{6})^2 = 9 + 6 - 6\sqrt{6} = 15 - 6\sqrt{6} = 3(5 - 2\sqrt{6})$$

$$\frac{1}{A^2} - \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{1}{3(5 - 2\sqrt{6})} - \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{5}{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل سوم - گویا کردن) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$2\sin(2\pi - x) - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 2\sin x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4} \xrightarrow{x \text{ در ناحیه دوم}} \cos x = \frac{-\sqrt{15}}{4}$$

$$\sin^2 2x = (2\sin x \cos x)^2 = \left(2 \times \frac{1}{4} \times \frac{-\sqrt{15}}{4}\right)^2 = \frac{15}{64}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - نسبت‌های 2α) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \sin \alpha = 8 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل چهارم - نسبت‌های 2α) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - تابع $m(x)$ در $x=2$ حد دارد و مقدار حد آن صفر است. تابع $f(x), g(x)$ و $h(x)$ در همسایگی $x=2$ تعریف نمی‌شوند.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - فرآیند حدی) (آسان)

۵- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4 \Rightarrow [\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)] = [4] = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x + 3] = [4^+] = 4$$

بنابراین جواب سوال ۸ است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل پنجم - حدبراکتی) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - با فرض $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = L$ داریم:

$$(L+1)^3 + 8 = 0 \Rightarrow L+1 = -2 \Rightarrow L = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{f(x) + 3} = \sqrt[3]{-3 + 3} = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - قضایای حد) (آسان)

۷- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \Rightarrow \frac{1-2}{|-1|} = -3 + b \Rightarrow -1 = -3 + b \Rightarrow b = 2$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل پنجم - حد دو ضابطه‌ای) (آسان)

۸- گزینه «۱» - چون حد مخرج کسر برابر صفر و حاصل حد یک عدد حقیقی است پس باید حد صورت هم صفر شود.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (a + \sin(x-1)) = 0 \Rightarrow a = 0$$

حال مقدار حد $\frac{0}{0}$ را حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 + x + 1} = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - حد $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -

$$\max(f(x)) = a^{\sqrt{2}} + |a| + 1 = \sqrt{2} \Rightarrow |a|^{\sqrt{2}} + |a| - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow (|a| + \sqrt{2})(|a| - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow |a| = \sqrt{2}$$

$$\min(f(x)) = a^{\sqrt{2}} + |a| - 1 = \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 = \Delta$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تناوب) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» -

$$\frac{\pi}{x} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2k+1}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{2k+1}$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ x = \frac{2}{2k+1} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - تابع تناوب) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» -

$$f(2a) = 40 \Rightarrow a = 10$$

$$f(2) = 2a = 2 \times 10 = 20$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - min و max مثلثاتی) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» -

$$2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow -2 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - نسبت‌های 2α) (آسان)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\frac{\sin x}{\cos^2 x} = 2 \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos^2 x - 2 \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x (\sin x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 2 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

اما جواب به دست آمده قابل قبول نیست زیرا $\tan x$ در این نقاط تعریف نمی‌شود بنابراین معادله فاقد جواب حقیقی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - معادله مثلثاتی) (دشوار)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = 10 \xrightarrow{\tan x = 5} \frac{5 + \tan y}{1 - 5 \tan y} = 10 \Rightarrow 10 - 50 \tan y = 5 + \tan y \Rightarrow 51 \tan y = 5 \Rightarrow \tan y = \frac{5}{51}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - $\tan(\alpha + \beta)$) (آسان)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\tan \frac{\pi}{x} = \sqrt{2} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{x} = k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} = k + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{3k+1} \xrightarrow{k=5} x = \frac{3}{16}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 - \sqrt{2}}{\cos \frac{\pi x}{8}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{\cos\left(\frac{\pi^-}{2}\right)} = \frac{1 - \sqrt{2}}{0^+} = -\infty$$

(نصیری) (دوازدهم - فصل سوم - حدنامتناهی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a + \frac{1}{x}}{\sin x} = \frac{a + \frac{1}{\pi}}{0^-} = -\infty \Rightarrow a + \frac{1}{\pi} > 0 \Rightarrow a > -\frac{1}{\pi}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حدنامتناهی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$ax + 1 = 0 \xrightarrow{x=2} 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$bx - 6 = 0 \xrightarrow{x=2} 2b - 6 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\sqrt{x} + ab = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - مجانب قائم) (آسان)

۱۹- گزینه «۲» - مخرج باید ریشه مضاعف ۳- بدهد پس مخرج باید $(x+3)^2$ باشد.

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow a = 6, b = 9 \Rightarrow a + 2b = 42$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حدنامتناهی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» - $x = 2$ ریشه مضاعف معادله $f(x) = 0$ است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{f(x)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حدنامتناهی) (متوسط)