

حسابان

۱- گزینه «۱» -

$$A = \sqrt[3]{(\sqrt{7}+1)^3} - \sqrt{(\sqrt{7}-1)^2} = \sqrt{7}+1 - |\sqrt{7}-1|$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{7}+1 - (\sqrt{7}-1) = 2$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۳ - ساده کردن رادیکال‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\frac{4-x-3x^2}{|x|+1} \geq 0 \Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq 1$$

تابع f در دو نقطه $x=1$ و $x=-\frac{4}{3}$ از دامنه خود حد ندارد. زیرا تابع در همسایگی آنها

تعریف نمی‌شود.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۵ - حد) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - یا فرض $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = M$ داریم:

$$\begin{cases} L-2M=-7 \\ L+M=5 \end{cases} \xrightarrow{-} 3M=12 \Rightarrow M=4, L=1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1+f(x)}{1-g(x)} = \frac{1+1}{1-4} = -\frac{2}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۵ - قضایای حد) (آسان)

۴- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(a + \frac{(x+1)(x-7)}{\sqrt{x+5}-2} \times \frac{\sqrt{x+5}+2}{\sqrt{x+5}+2} \right) = a + \lim_{x \rightarrow -1} (x-7)(\sqrt{x+5}+2)$$

$$= a + (-8)(2+2) = a-32$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} [-x] = -4 \Rightarrow a-32 = -4 \Rightarrow a = 28$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۵ - حد $\left(\frac{0}{0}\right)$) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \Rightarrow 2\sin\alpha\cos\beta = \frac{7}{12}$$

$$\Rightarrow 4\sin^2\alpha\cos^2\beta = \frac{49}{144} \Rightarrow 4\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta) = \frac{49}{144}$$

$$\Rightarrow 4\sin^2\alpha - 4\sin^2\alpha\sin^2\beta = \frac{49}{144}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۴ - روابط مجموع زوایا) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [x](ax+b) = 0 \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow b=-a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax-a}{(x-1)(2x+3)} = 4 \Rightarrow \frac{a}{\Delta} = 4 \Rightarrow a=2 \Rightarrow b=-2.$$

بنابراین $a-b=4$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل ۵ - حد $\left(\frac{0}{0}\right)$) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$A = \frac{(x^2+1)(x^2-2)}{x^2+1} \times \frac{6}{x^2(x^2-2)} - \frac{6+x^2}{x^2} = \frac{6}{x^2} - \frac{6+x^2}{x^2} = -1$$

$$\Rightarrow A^2 - 4A = 1+4=5$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ۳ - عبارتهای گویا) (آسان)

۸- گزینه «۲» - در ناحیه سوم $\tan x > 0$ است.

$$\frac{1+m^2}{1-m} > 0 \Rightarrow 1-m > 0 \Rightarrow m < 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - تابع تانژانت) (آسان)

۹- گزینه «۳» -

$$\frac{2\tan 2x}{1-\tan^2 2x} = \tan \frac{\pi}{7} \Rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{7} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{7}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{14}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - معادله مثلثاتی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\alpha + \beta = \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta - \tan \alpha \tan \beta = -1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - $\tan(\alpha+\beta)$) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$3\tan(7\pi+x) = \frac{1}{\sin(6\pi+\frac{\pi}{3}-x)} \Rightarrow 3\tan x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\Rightarrow 3\sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{3}$$

معادله $\sin x = \frac{1}{3}$ در بازه $[0, \pi]$ دو جواب مکمل دارد بنابراین مجموع جواب‌ها برابر π است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - طرفین معادله را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{7}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(x+\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - معادله مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (b[x^2]) \Rightarrow 6=2b \Rightarrow b=3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{b-3}{x^3-bx^2-3x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x^3-2x^2-3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x(x-3)(x+1)} = \frac{-1}{0} = +\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۲ - حد بی‌نهایت) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\frac{1}{1+f(x)} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{1+\infty} - 1} = \frac{1}{1^- - 1} = \frac{1}{\infty^-} = -\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - حد بی‌نهایت) (دشوار)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{\infty^+} = +\infty$$

چون حد چپ و راست در اطراف $x = 1$ برابر $+\infty$ شد، پس گزینه اول صحیح است.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل ۳ - مجانب قائم) (آسان)