هندسه ۳

۱- گزینه «۱» ـ با استفاده از دستور ساروس به‌دست می‌آید:

$$|A|=\begin{vmatrix} ۷ & ۰ & -۲ \\ -۴ & ۲ & ۰ \\ ۰ & -۷ & ۴ \end{vmatrix}\begin{matrix} ۷ & ۰ \\ -۴ & ۲ \\ ۰ & -۷ \end{matrix}$$

$$|A|=(۵۶+۰-۵۶)-(۰+۰+۰)=۰$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان ـ دستور ساروس)

۲- گزینه «۴» ـ دترمینانِ برابری داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$|A|=۲۰|A|^۳-۵|A| \Rightarrow ۲۰|A|^۳=۶|A| \xrightarrow{|A|\neq ۰} ۲۰|A|^۲=۶ \Rightarrow |A|=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۱۰}}$$

اکنون به‌دست می‌آید:

$$۱۰|A|^۲+۳=۳+۳=۶$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان ـ دترمینانِ ماتریس‌های ۲×۲)

۳- گزینه «۱» ـ اگر k عددی حقیقی و A ماتریس مربع مرتبه n باشد، می‌دانیم:

$$|KA|=K^n|A|$$

اکنون می‌نویسیم:

$$|۲A|=۲^۲|A|=۴|A|$$

و

$$||۲A|A|=|۴|A|A|=(۴|A|)^۲|A|=۱۶|A|^۳=۱۲۸$$

به‌دست می‌آید:

$$|A|=۲$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان ـ کاربرد دترمینان)

۴- گزینه «۴» ـ مقدار دترمینان ماتریس A را برحسب سطر دوم می‌نویسیم:

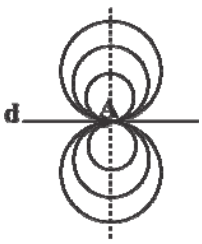
$$|A|=-mx\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}+۱\times\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}-۲\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}=(-m)\times۲+۱\times۳-۲\times(-۱)=-۲m+۵$$

بنا بر فرض $|A|=۷$ بنابراین

$$-۲m+۵=۷ \Rightarrow m=-۱$$

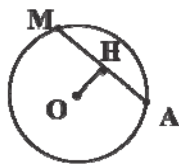
(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ دترمینان ـ بسط دادنِ دترمینان)

۵- گزینه «۳» ـ چون شعاع دایره، در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، پس مکانِ هندسیِ مورد نظر خطی است که از A می‌گذرد و بر خط d عمود است.



(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ مکان هندسی)

۶- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم که در آن H وسط AM است. می‌دانیم اگر از مرکز دایره به وسط وتری از دایره وصل کنیم این پاره خط بر وتر عمود است، پس $A\hat{H}O=۹۰^\circ$.



درنتیجه مکانِ هندسی وسط وترهای AM دایره‌ای به قطر OA است.

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ مکان هندسی)

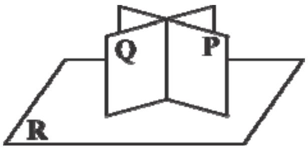
۷- گزینه «۴» ـ مجموعه نقطه‌های مورد نظر، نقاط مشترک عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه A هستند. چون حداکثر تعداد نقاط را می‌خواهد، با فرض این‌که مثلث در رأس A متساوی‌الساقین باشد، چون عمود منصف پاره‌خط BC و نیمساز زاویه A منطبق هستند، دراین‌حالت نامتناهی نقطه به‌دست می‌آید. (هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول ـ نقطه‌یابی)

هندسه ۱ و ۲

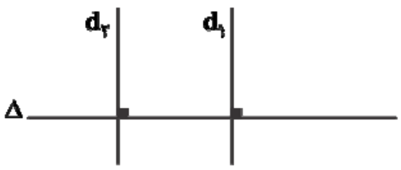
۸- گزینه «۳» ــ بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد با نامتناهی خط از آن صفحه موازی است، امّا با تمام خط‌های آن صفحه موازی نیست و با برخی متناظر است.

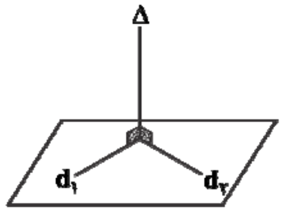
گزینه «۲»: در شکل دو صفحه P و Q برصفحه R عمود هستند، ولی باهم موازی نیستند.



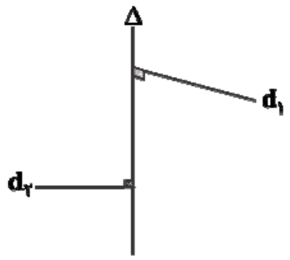
گزینه «۴»: دو خط عمود بر یک خط در فضا، لزوماً موازی نیستند.



$d_۱ \parallel d_۲$



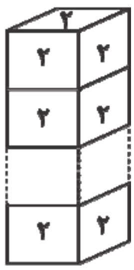
$d_۱$ و $d_۲$ متقاطع اند



$d_۱$ و $d_۲$ متناظرند

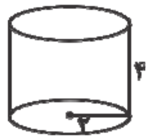
(هویدی) (پایه دهم ــ فصل چهارم ــ خط و صفحه در فضا)

۹- گزینه «۴» ــ توجه کنید که کفِ مکعب پائین دیده نمی‌شود. کل وجه‌های دیده شده برابر $۳۷ = ۱ + ۹ \times ۴$ است. پس مجموع عددهایِ وجه‌های دیده شده برابر $۷۴ = ۲ \times ۳۷$ است.



(هویدی) (پایه دهم ــ فصل چهارم ــ تجسم فضایی ــ تفکر تجسمی)

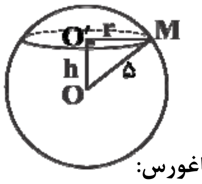
۱۰- گزینه «۴» ــ توجه کنید که چون نمای روبه‌رو به ضلع ۴ است، پس استوانه مورد نظر دارای شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۴ است. اکنون مساحت کل این استوانه به‌دست می‌آید:



$۲(\pi \times ۲^۲) + (۲\pi \times ۲) \times ۴ = ۸\pi + ۱۶\pi = ۲۴\pi$

(هویدی) (پایه دهم ــ فصل چهارم ــ تجسم فضایی ــ تفکر تجسمی)

۱۱- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم.

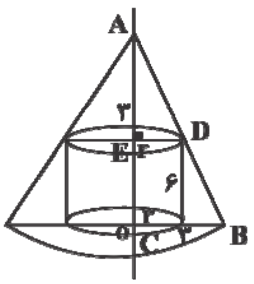


چون مساحت سطح مقطع برابر ۹π است، پس $\pi r^۲ = ۹\pi \Rightarrow r = ۳$ اکنون در مثلث قائم‌الزاویه ABC بنابر قضیه فیثاغورس:

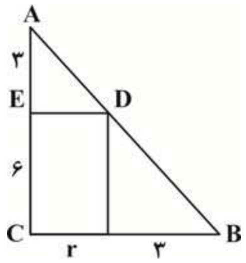
$h = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$

(هویدی) (پایه دهم ــ فصل چهارم ــ تجسم فضایی ــ بُرش)

۱۲- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. شکل فضایی حاصل یک مخروط است که یک استوانه به شعاع قاعده r و ارتفاع ۶ از آن برداشته شده است.



از تشابه دو مثلث AED و DCB به‌دست می‌آید.



$$\frac{r}{۳}=\frac{۳}{۶} \Rightarrow r=\frac{۳}{۲}$$

اکنون می‌نویسیم:

$$\text{حجم شکل فضایی حاصل} = \frac{۱}{۳}\pi(۳+\frac{۳}{۲})^۲\times(۳+۶)-\pi\times(\frac{۳}{۲})^۲\times۶=\frac{۱۸۹}{۴}\pi$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تجسم فضایی ـ دوران)

۱۳- گزینه «۳» ـ در کل شکل مورد نظر از ۶۰ مکعب تشکیل شده است. ۱۲ مکعب که شکل نمای بالای خواسته شده را تشکیل می‌دهند نگه می‌داریم و سایر مکعب‌ها را برمی‌داریم پس حداکثر مکعب‌های حذف شده برابر $۶۰-۱۲=۴۸$ است.

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تجسم فضایی ـ تفکر تجسمی)