

۱- گزینه «۲» - ابتدا AB را به دست می آوریم:

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & m & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = [-3 + m + 4] = [m + 1]$$

اکنون به دست می آید:

$$|AB| = m + 1$$

می نویسیم:

$$m + 1 = 2m + 3 \Rightarrow m = -2$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - دترمینان)

۲- گزینه «۱» - می توان از دو طرف برابری داده شده دترمینان بگیریم:

$$|2A| = \begin{vmatrix} A & -1 \\ 4 & A \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - محاسبه دترمینان)

۳- گزینه «۲» - هر دو دترمینان داده شده را با بسط نسبت به سطر اول به دست می آوریم:

$$\underbrace{[1(-2m - 2m) + n(2 + 1)]}_{\text{دترمینان اول}} - \underbrace{[-1(0 + m) + 2m(-1 - 2)]}_{\text{دترمینان دوم}} = 3n + 6$$

$$(-4m + 3n) - (-m - 6m) = 3n + 6 \Rightarrow -4m + 3n + 7m = 3n + 6 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - محاسبه دترمینان)

۴- گزینه «۴» - دترمینان جدید به صورت زیر است:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2+3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & a & 0 \end{vmatrix}$$

با بسط دادن این دترمینان نسبت به سطر اول مشاهده می شود تنها تغییر دترمینان برابر $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & a \end{vmatrix}$ است:

$$\text{میزان تغییرات} = 3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & a \end{vmatrix} = 12 \Rightarrow 3(3a - 2) = 12 \Rightarrow 3a - 2 = 4 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - ویژگی های دترمینان)

۵- گزینه «۱» - برابری $(A + I)^2 = 4A$ را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$A^2 + 2A + I = 4A \Rightarrow A^2 + I = 2A$$

از این برابری به دست می آید:

$$|A^2 + I| = |2A| = 4|A| = 4 \times (-3) = -12$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - ویژگی های دترمینان)

۶- گزینه «۱» - می دانیم $AA^{-1} = I$ ، بنابراین:

$$|AA^{-1}| = |I| \Rightarrow |A||A^{-1}| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

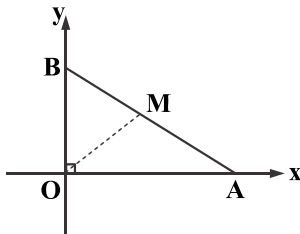
اکنون از برابری $A = A^{-1}$ نتیجه می گیریم:

$$|A| = |A^{-1}| \Rightarrow |A| = \frac{1}{|A|} \Rightarrow |A|^2 = 1 \xrightarrow{|A| > 0} |A| = 1$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل اول - درس دوم - ویژگی دترمینان و وارون ماتریس)

۷- گزینه «۴» - از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. مثلث OAB قائم‌الزاویه است و می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است.

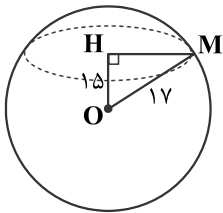
پس: $OM = \frac{1}{2} AB = 4$. چون نقطه ثابت O و $OM = 4$ مقداری ثابت است، پس مکان هندسی نقطه M دایره به مرکز O و شعاع ۴ است.



(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مکان هندسی)

۸- گزینه «۴» - از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه OMH ، بنابر قضیه فیثاغورس:

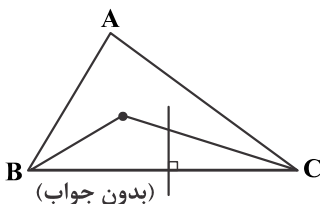
$$MH = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$



اکنون چون سطح مقطع دایره است به شعاع ۸، پس بیشترین فاصله بین نقاط این دایره برابر ۱۶ است.

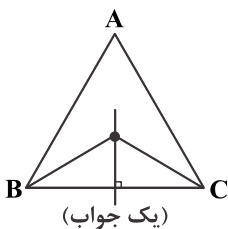
(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مکان هندسی)

۹- گزینه «۳» - نقطه‌ای که از ضلع‌های زاویه به یک فاصله است، مرکز دایره محاطی داخلی یا به عبارتی محل برخورد نیم‌سازهای مثلث است. از طرف دیگر نقاطی که از دو رأس مثلث به یک فاصله هستند، روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد.



(بدون جواب)

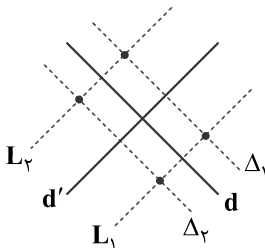
در حالتی که مثلث در رأس A متساوی‌الساقین باشد عمودمنصف ضلع BC از مرکز دایره محاطی داخلی می‌گذرد و مسئله یک جواب دارد و در غیر این صورت مسئله جواب ندارد.



(یک جواب)

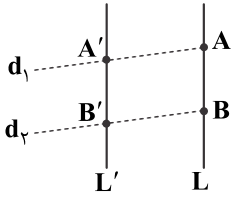
(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مکان هندسی - نقطه یابی)

۱۰- گزینه «۳» - نقاطی که از خط d به فاصله ۱ هستند روی دو خط موازی با d ، در طرفین آن و به فاصله ۱ از آن قرار دارند. همچنین نقاطی که از خط d' به فاصله ۲ قرار دارند روی دو خط موازی d' و به فاصله ۲ از آن قرار دارند (شکل را ببینید).



محل برخورد این ۴ خط $(L_2, L_1, \Delta_2, \Delta_1)$ جواب است که مطابق شکل ۴ نقطه می‌شود. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مکان هندسی)

۱۱- گزینه «۱» - هیچ خطی با ویژگی‌های داده شده وجود ندارد.

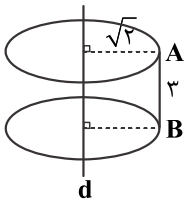


اثبات. برهان خلف. فرض کنید خط دیگری مانند L' وجود دارد که با L موازی است و دو خط متناظر d_1 و d_2 را در A' و B' قطع می‌کند. چون AB و $A'B'$ با هم موازی هستند، پس صفحه‌ای مانند p از آن‌ها می‌گذرد. از طرف دیگر A و A' درون p است پس d_1 درون این صفحه است. B و B' درون صفحه p هستند، پس d_2 نیز درون p است. در یک صفحه بودن d_1 و d_2 با متناظر بودن آن‌ها در تناقض است.

(هویدی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - دو خط متناظر)

۱۲- گزینه «۴» - با کمی دقت و تجسم صحیح متوجه می‌شویم گزینه «۴» ویژگی مسئله را دارد. (هویدی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - تفکر تجسمی)

۱۳- گزینه «۴» - از دوران این پاره‌خط حول خط d یک استوانه قائم با شعاع قاعده $\sqrt{2}$ و ارتفاع ۳ به دست می‌آید و حجم آن به صورت زیر به دست می‌آید:

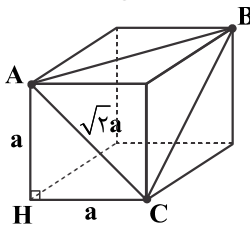


$$\pi \times (\sqrt{2})^2 \times 3 = 6\pi$$

(هویدی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - دوران)

۱۴- گزینه «۳» - از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. صفحه مورد نظر از سه نقطه A ، B و C می‌گذرد و سطح مقطع حاصل مثلث

متساوی‌الاضلاع ABC است. اگر طول یال مکعب را a فرض کنیم، طول ضلع این مثلث برابر $a\sqrt{2}$ است. از آن جا که مساحت این مثلث برابر $2\sqrt{3}$ است، پس:



$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

در نهایت به دست می‌آید:

$$\text{حجم مکعب} = a^3 = 8$$

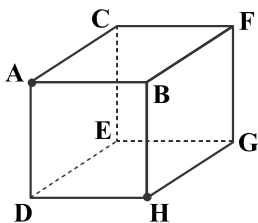
(هویدی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس دوم - بُرش)

۱۵- گزینه «۳» - بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در شکل دو خط AB و AC بر AD عمود هستند ولی با هم موازی نیستند.

گزینه «۲»: در شکل، AC و DE موازی هستند و AB خط AC را قطع کرده است اما DE را قطع نکرده است.

گزینه «۴»: در شکل AB و AC موازی صفحه $DEGH$ هستند ولی با هم موازی نیستند.



(هویدی) (پایه دهم - فصل چهارم - درس اول - وضع خط و صفحه)