## ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۱» ـ در استدلال مغالطه، روش به کار رفته در آن نادرست است. از بین گزینه‌ها فقط گزینه «۱» استدلال مغالطه است، بقیه استدلال‌ها، استدلال استثنایی می‌باشند که روش به کار رفته در آن‌ها درست است.

(*) استدلال مغالطه

| | |
|---|---|
| $p \Rightarrow q$ | مقدمه۱: اگر $p$ آن گاه $q$ |
| $q$ | مقدمه۲: $q$ |
| $\therefore p$ | $p \therefore$ |

یا

(*) استدلال استثنایی

| | |
|---|---|
| $p \Rightarrow q$ | مقدمه۱: اگر $p$ آن گاه $q$ |
| $p$ | مقدمه۲: $p$ |
| $\therefore q$ | $q \therefore$ |

(اکبری) (فصل اول ـ درس ۲ ـ استدلال ریاضی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» ـ مجذور هر عدد حقیقی برابر $x^۲$ می‌باشد، بنابراین نماد ریاضی گزاره به‌صورت زیر است. اگر عدد حقیقی را $x$ در نظر بگیریم، داریم:

$$(x \in \mathbb{R}, x > ۱) \Rightarrow x^۲ > x$$

(اکبری) (فصل اول ـ درس ۲ ـ استدلال ریاضی) (آسان)

۳- گزینه «۲» ـ تابع $\begin{cases} f : A \to B \\ f(x) = C \end{cases}$ را که در آن مجموعه $R = \{C\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. در تابع ثابت، برد تابع تنها شامل یک عضو است، بنابراین برای این‌که مجموعه $R_f$ تک‌عضوی باشد، باید داشته باشیم:

$$۲m + ۵ = -۳ \Rightarrow m = -۴$$

همچنین از $f(۲) = n - ۴$ نتیجه می‌گیریم که خروجی تابع برابر $n - ۴$ می‌باشد. برای این‌که تابع ثابت $f$ دارای برد ثابت ۳- باشد، باید داشته باشیم:

$$n - ۴ = -۳ \Rightarrow n = ۱ \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{-۴}{۱} = -۴$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع ثابت) (دشوار)

۴- گزینه «۱» ـ گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» یک تابع ثابت می‌باشند که به‌صورت $f(x) = c$ که $c$ یک مقدار ثابت می‌باشد هست.

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع ثابت) (آسان)

۵- گزینه «۳» ـ تابع $f(x)$ یک تابع چندضابطه‌ای می‌باشد که برای به‌دست آوردن مقادیر خواسته شده باید از تابع مربوط در محدوده تعریف شده استفاده کنیم. برای به‌دست آوردن $f(۲)$ از ضابطه اول، $f(-۱)$ از ضابطه دوم و $f(-۳)$ از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم.

$$x = ۲ : f(x) = -x + ۱ \Rightarrow f(۲) = -۲ + ۱ = -۱$$

$$x = -۱ : f(x) = x^۲ - ۳ \Rightarrow f(-۱) = (-۱)^۲ - ۳ = -۲$$

$$x = -۳ : f(x) = \sqrt{-x+۱} \Rightarrow f(-۳) = \sqrt{-(-۳)+۱} = ۲ \Rightarrow f(۲) + f(-۱) - f(-۳) = -۱ + (-۲) - ۲ = -۵$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع چندضابطه‌ای) (متوسط)

۶- گزینه «۲» ـ تابع رسم شده از سه بخش تشکیل شده است. بخش اول خط $f(x) = -x$ است. بخش دوم خط $f(x) = x$ می‌باشد که هر دو خط را با استفاده از نقاط داده شده می‌توان به‌دست آورد. بخش سوم نیز یک تابع ثابت $f(x) = ۲$ می‌باشد. با توجه به نمودار می‌بینیم که $f(x) = -x$ در محدوده $x < ۰$ قرار دارد. $f(x) = x$ نیز در محدوده $۰ \le x \le ۲$ می‌باشد. $f(x) = ۲$ نیز در محدوده $x > ۲$ قرار دارد:

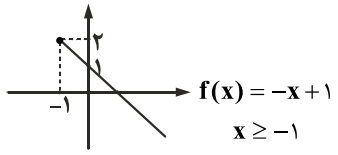
$$f(x) = \begin{cases} -x & x < ۰ \\ x & ۰ \le x \le ۲ \\ ۲ & x > ۲ \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع چندضابطه‌ای) (متوسط)

۷- گزینه «۴» ـ ابتدا تابع $f(x) = -x + 1$ را در محدوده $x \geq -1$ رسم می‌کنیم. با استفاده از دو نقطه خط را رسم می‌کنیم، چون $x \geq -1$ است، بنابراین $x = -1$ و $x = 0$ را در نظر می‌گیریم.

| $x$ | $f(x) = -x + 1$ |
|---|---|
| $-1$ | $2$ |
| $0$ | $1$ |

$\Rightarrow$

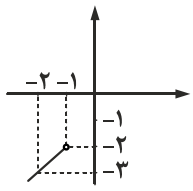



$f(x) = -x + 1$
$x \geq -1$

سپس تابع $f(x) = x - 1$ را در محدوده $x < -1$ رسم می‌کنیم. برای این کار چون $x < -1$ است، $x = -2$ و $x = -1$ را انتخاب می‌کنیم، اما چون $x = -1$ جزء این محدوده نیست، در نمودار توخالی خواهد بود.

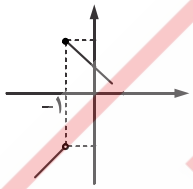
| $x$ | $f(x) = x - 1$ |
|---|---|
| $-1$ | $-2$ |
| $-2$ | $-3$ |

$\Rightarrow$




$f(x) = x - 1$
$x < -1$

$\Rightarrow$




(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع چندضابطه‌ای) (دشوار)

۸- گزینه «۴» ـ تابع با ضابطه $f(x) = x$ را تابع همانی می‌نامند. در تابع همانی، دامنه و برد همواره با یکدیگر برابرند، بنابراین مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابرند.

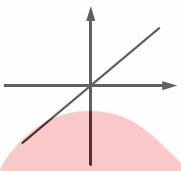
$$(-1, 2a + 3) \Rightarrow -1 = 2a + 3 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$(-5, 2 - b) \Rightarrow -5 = 2 - b \Rightarrow b = 2 + 5 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow a + b = -2 + 7 = 5$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع همانی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» ـ تابع با ضابطه $f(x) = x$ را تابع همانی می‌نامند. نمودار تابع همانی، نیمساز ناحیه اول و سوم است. در تابع همانی دامنه و برد با هم برابرند:

$D_f = \mathbb{R}$ $\quad$ $R_f = \mathbb{R}$



(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع همانی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» ـ در یک تابع همانی $f(x) = x$ می‌باشد. همچنین در تابع همانی، دامنه و برد همواره با یکدیگر برابرند، بنابراین داریم:

$$f(-3) = -b + 2 \Rightarrow -3 = -b + 2 \Rightarrow -b = -5 \Rightarrow b = 5$$

(اکبری) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ تابع همانی) (متوسط)