

۱- گزینه «۲» - موارد «آ» و «پ» نادرست است.

«آ»: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع ممکن است همانی نباشد: مثال:

$$f = \{(1,2), (2,1)\} \quad \text{دامنه } D = \{1,2\} \Rightarrow \text{دامنه و برد برابر است اما تابع همانی نیست.} \quad \text{برد } R = \{1,2\}$$

«پ»:

$$f(x) = c \Rightarrow f(kx) = c$$

پس نمی توان نتیجه گرفت که $f(kx) = kf(x)$ است.

دلیل درستی موارد «ب» و «ت»:

مورد «ب»: اثبات:

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ f(-x) &= -x \end{aligned} \Rightarrow f(x) + f(-x) = 0$$

«ت»:



(اکبری) (فصل دوم - توابع ثابت و همانی)

۲- گزینه «۳» - اگر هر خط موازی محور y ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، آن نمودار تابع نیست. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

(اکبری) (فصل دوم - مفهوم تابع)

۳- گزینه «۴» - استدلال B استثنایی می باشد و مقدمه اول آن درست است. برای آن که خط $y = (\frac{2}{m-1})x + 1$ عمودی باشد، شیب آن باید

تعریف نشده باشد. شیب این خط برابر $\frac{2}{m-1}$ و باید مخرج آن صفر باشد:

$$m-1=0 \Rightarrow m=1$$

استدلال A مغالطه است. می دانیم هر مثلث متساوی الاضلاعی، متساوی الساقین هم می باشد، ولی هر مثلث متساوی الساقینی، متساوی الاضلاع

نیست. پس نتیجه این استدلال می تواند درست یا نادرست باشد. (اکبری) (فصل اول - استدلال ریاضی)

۴- گزینه «۱» - در یک تابع همانی، دامنه و برد همواره با یکدیگر برابرند:

برای محاسبه واریانس باید ابتدا میانگین را حساب کنیم:

$$a+2=-1 \Rightarrow a=-3 \quad b+1=6 \Rightarrow b=5$$

$$\text{میانگین} = \frac{a+b}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1$$

واریانس داده های x_1 و x_2 با میانگین \bar{x} از رابطه زیر به دست می آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2}{2}$$

با جای گذاری a و b به جای x_1 و x_2 و هم چنین $1 = \bar{x}$ میانگین:

$$\sigma^2 = \frac{(-3-1)^2 + (5-1)^2}{2} = \frac{16+16}{2} = 16$$

(اکبری) (فصل دوم - تابع همانی)

۵- گزینه «۳» - نمودار، شامل دو سهمی رو به بالا و رو به پایین در بازه های مختلف است. نمودار بالا در شکل یک سهمی را نشان می دهد که رأس

آن در $x=1$ می باشد. در واقع $y = x^2$ است که یک واحد به سمت راست و یک واحد به بالا انتقال یافته است. بنابراین داریم:

$$y = (x-1)^2 + 1 \quad \text{که برای } x \geq 1 \text{ تعریف شده است.}$$

نمودار پایین، در شکل یک سهمی رو به پایین را نشان می دهد، که رأس آن در $x=-1$ است و در واقع نمودار $y = -x^2$ است که یک واحد به

چپ و یک واحد به پایین انتقال یافته است، بنابراین داریم: $y = -(x+1)^2 - 1$ که برای $x < -1$ تعریف شده است. چون نقطه توپر

نیست، $x = -1$ را شامل نمی شود. بنابراین گزینه «۳» صحیح است. (اکبری) (فصل دوم - تابع چند ضابطه ای)

۶- گزینه «۴» - چون f یک تابع ثابت است، به ازای هر ورودی فقط یک خروجی می‌دهد:

ضابطه آن به صورت $f(x) = c$ است که c مقداری ثابت است، پس به ازای ورودی‌های $(a+b)$ و $(a-b)$ ، خروجی c را می‌دهد. \Leftarrow

$$f(a+b) - f(a-b) = c - c = 0$$

(اکبری) (فصل دوم - تابع ثابت)

۷- گزینه «۲» - نمایش زوج مرتبی یک رابطه وقتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشد. به عبارتی

دیگر اگر مؤلفه‌های اول، دو زوج مرتب آن یکسان باشند، در این صورت مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند:

$$\begin{array}{l} (2, b) \Rightarrow b = -1 \\ (2, -1) \end{array} \quad \begin{array}{l} (2, a+b) \\ (2, 2) \end{array} \Rightarrow a+b = 2 \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow a - b = 4 - (-1) = 5$$

(اکبری) (فصل دوم - مفهوم تابع)

۸- گزینه «۲» - هر عددی به توان عدد زوج برسد، جوابش عددی بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. پس $a^2 \geq 0$ ، در نتیجه $-a^2 \leq 0$ است. برای

محاسبه مقدار تابع f به ازای اعداد کوچک‌تر یا مساوی صفر باید به سراغ ضابطه دوم برویم چون این اعداد در محدوده $x < 1$ قرار دارند. از

آنجایی که خروجی این ضابطه عدد ثابت -2 است، پس $f(-a^2) = -2$. (اکبری) (فصل دوم - تابع چند ضابطه‌ای)

۹- گزینه «۳» - از $f(a) = -a + 2$ نتیجه می‌شود که نقطه $(a, -a + 2)$ روی تابع f است و چون f تابع همانی است پس باید مؤلفه x و y نقاط آن با

هم برابر باشد:

$$a = -a + 2 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow -a = -1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$$

حال $f(-\frac{a}{2})$ را حساب می‌کنیم:

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

دقت: چون تابع f همانی است، پس $f(-\frac{1}{2})$ برابر با $-\frac{1}{2}$ می‌باشد. (اکبری) (فصل دوم - تابع همانی)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\text{مساحت مثلث اولیه} = \frac{a \times b}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث جدید} = \frac{\frac{a}{2} \times b}{2} = \frac{1}{2} \frac{a \times b}{2} \Rightarrow \text{مساحت نصف می‌شود}$$

لذا گزاره متن سؤال نادرست است و باید گزاره‌ای را انتخاب کنیم که نادرست باشد، بنابراین گزینه «۳» صحیح است. (اکبری) (فصل اول - استدلال ریاضی)