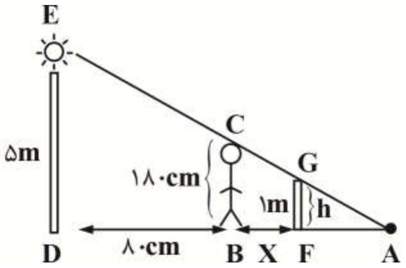
ریاضی ۲

۱- گزینه «۲» ـ

$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ADE} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{AB}{AB+۰/۸} = \frac{۱/۸}{۵} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۵AB = ۱/۸AB + ۱/۴۴$$



$$۳/۲AB = ۱/۴۴ \Rightarrow AB = ۰/۴۵\ m$$

$$\overset{\Delta}{AFG} \sim \overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{AB-x}{AB} = \frac{FG}{BC}$$

$$\frac{۴۵-x}{۴۵} = \frac{۱\cancel{۰}}{۱۸\cancel{۰}} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۸۱۰ - ۱۸x = ۴۵۰$$

$$۳۶۰ = ۱۸x \Rightarrow x = ۲۰\ cm$$

(اللهدادی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)

۲- گزینه «۱» ـ

$$\frac{۹a-۹}{۲b-۳} = \frac{۲b+۳}{a+۱} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۹a^۲ - ۹a + ۹a - ۹ = ۴b^۲ - ۹$$

$$۹a^۲ = ۴b^۲ \xrightarrow[\text{a , b چیزی نمی دانیم دو حالت در نظر می گیریم}]{\text{چون از مثبت و منفی بودن}} \begin{cases} ۳a = ۲b \\ ۳a = -۲b \end{cases}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{جمع در صورت}} \frac{a+b}{b} = \frac{۵}{۳}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-۲}{۳} \xrightarrow{\text{جمع در صورت}} \frac{a+b}{b} = \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{b}{a-b} = -۳$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-۳}{۲} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{b}{a-b} = \frac{-۳}{۵}$$

(اللهدادی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ نسبت و تناسب)

۳- گزینه «۲» ـ اگر هر خط موازی محور xها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند آن تابع یک‌به‌یک و در نتیجه تابع معکوس‌پذیر است. گزینه «۴» که اصلاً تابع نمی‌باشد و از بین گزینه‌های «۳» و «۲» و «۱» تنها تابع موجود در گزینه «۲» دارای شرط ذکر شده است.

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس دوم ـ تابع یک‌به‌یک)

۴- گزینه «۲» ـ دو تابع مساوی دارای دامنه‌های برابرند، بنابراین مخرج تابع $g(x)$ دارای ریشه مضاعف است و $\Delta = ۰$.

$$b^۲ - ۴ac = ۰ \Rightarrow ۶۴ - ۴c = ۰ \Rightarrow c = ۱۶$$

$$g(x) \text{ مخرج تابع } = x^۲ - ۸x + ۱۶ = (x-۴)^۲$$

بنابراین $x = ۴$ ریشه مخرج تابع $f(x)$ نیز می‌باشد $x - a = ۰ \Rightarrow ۴ - a = ۰ \Rightarrow a = ۴$ برای آن که دو تابع به‌ازای هر x مقدار مساوی داشته باشند، باید در صورت تابع $g(x)$ جمله $(x-۴)$ داشته باشیم، بنابراین:

$$۵x - b = ۵(x - \frac{b}{۵}) \Rightarrow (x - \frac{b}{۵}) = (x-۴) \Rightarrow \frac{b}{۵} = ۴ , b = ۲۰$$

$$a + b + c = ۴ + ۲۰ + ۱۶ = ۴۰$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ تساوی دو تابع)

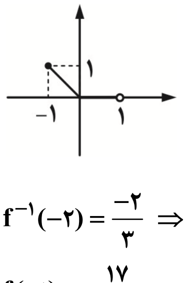
۵- گزینه «۳» ـ برای آن که دامنه تابع $f(x)$ همه اعداد حقیقی باشد عبارت زیر رادیکال باید همواره مثبت و مخالف صفر باشد، بنابراین $\Delta < ۰$.

$$\Delta < ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴ac < ۰ \Rightarrow a^۲ - ۴b < ۰ \Rightarrow a^۲ < ۴b \xrightarrow{b>۰} |a| < ۲\sqrt{b}$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ دامنه توابع گویا)

۶- گزینه «۱» ـ نمودار تابع $x[x]$ در بازه $(۱ , ۱-]$ مشابه شکل زیر است:

مساحت حاصل از نمودار تابع برابر مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به ساق‌هایی به‌طول (۱) می‌باشد.



$$S = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱ = \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ توابع پله‌ای و تابع جزء صحیح)

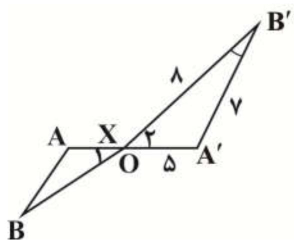
۷- گزینه «۴» ـ

$$f^{-۱}(-۲) = \frac{-۲}{۳} \Rightarrow f(\frac{-۲}{۳}) = -۲ \Rightarrow -\frac{۲}{۳}a + b = -۲$$

$$f(-۱) = -\frac{۱۷}{۶} \Rightarrow -a + b = \frac{-۱۷}{۶} \Rightarrow a = \frac{۵}{۲} , b = \frac{-۱}{۳} \Rightarrow ab = \frac{-۵}{۶}$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس دوم ـ وارون یک تابع خطی)

۸- گزینه «۳» ـ



$$\overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{OA'B'} \begin{cases} \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \Leftarrow \text{متقابل به رأس هستند} \\ \hat{B} = \hat{B}' \Leftarrow \text{طبق صورت سؤال} \end{cases}$$

$$\frac{X}{۵} = \frac{AB}{۷} = \frac{OB}{۸}$$

$$\frac{X}{۵} = \frac{X + AB + OB}{۲۰} \xrightarrow{\text{طبق صورت سؤال}} \frac{X}{۵} = \frac{X + ۷/۵}{۲۰}$$

$$۴x = x + ۷/۵ \Rightarrow ۳x = ۷/۵ \quad x = ۲/۵$$

$$K = \frac{۲/۵}{۵} = \frac{۱}{۲} \quad \frac{S_{OAB}}{S_{OA'B'}} = K^۲ = \frac{۱}{۴}$$

(اللهدادی) (فصل دوم ـ دروس دوم و سوم ـ نسبت و تناسب و تشابه مثلثها)

۹- گزینه «۱» ـ

$$[x+۶] - ۷ \neq ۰ \, [x] - ۱ \neq ۰ \Rightarrow [x] - ۱ = ۰ \Rightarrow [x] = ۱ \Rightarrow x \in [۱, ۲) \Rightarrow D_f = R - [۱, ۲)$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ توابع پلهای و تابع جزء صحیح)

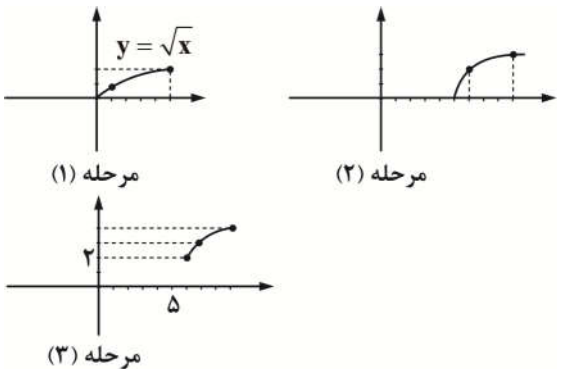
۱۰- گزینه «۴» ـ میدانیم که عبارت زیر رادیکال باید همواره مثبت باشد:

$$x - ۵ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۵ \, , \, x + ۲۰ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۲۰$$

$$\sqrt{x-۵} - \sqrt{x+۲۰} \geq ۰ \quad \sqrt{x-۵} \geq \sqrt{x+۲۰} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x - ۵ \geq x + ۲۰ \quad -۵ \geq ۲۰$$

بنابراین هیچ عددی در این تابع صدق نمیکند. (اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ توابع رادیکالی)

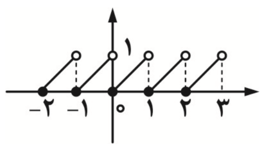
۱۱- گزینه «۲» ـ



(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ توابع رادیکال)

۱۲- گزینه «۲» ـ بهازای $n = ۳$ عدد ۲۱۷ حاصل میشود که بر ۷ بخشپذیر است و اول نمیباشد. (اللهدادی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ مثال نقض)

۱۳- گزینه «۴» ـ



$$-۲ \leq x < -۱ \Rightarrow [x] = -۲ \Rightarrow y = x - [x] = x + ۲$$

$$-۱ \leq x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱ \Rightarrow y = x - [x] = x + ۱$$

$$۰ \leq x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰ \Rightarrow y = x - [x] = x$$

$$۱ \leq x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱ \Rightarrow y = x - [x] = x - ۱$$

$$۲ \leq x < ۳ \Rightarrow [x] = ۲ \Rightarrow y = x - [x] = x - ۲$$

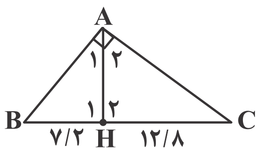
طول پارهخط $\sqrt{۲} = \sqrt{۱^۲ + ۱^۲} = n = ۵ \, , \, L$ است. (اللهدادی) (فصل سوم ـ درس اول ـ تابع جز صحیح)

۱۴- گزینه «۱» ـ

$$f(x) = ۳x + ۴ \Rightarrow y = ۳x + ۴ \Rightarrow x = ۳y + ۴ \Rightarrow \frac{x-۴}{۳} = y \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x-۴}{۳}$$

(اللهدادی) (فصل سوم ـ درس سوم ـ بهدست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی)

۱۵- گزینه «۲» ـ باتوجه به شرایط مسأله مثلث را رسم میکنیم:



میدانیم: $AH^۲ = BH \times HC$

$$AH^۲ = ۱۲/۸ \times ۷/۲ = ۹/۶$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{H}_۱=\hat{H}_۲=۹۰^\circ\\ \left.\begin{array}{l}\hat{A}_۱+\hat{A}_۲=۹۰^\circ\\ \hat{A}_۱+\hat{B}=۹۰^\circ\end{array}\right\}\hat{A}_۲=\hat{B}\end{array}\right\} \overset{\Delta}{ABH}\sim\overset{\Delta}{AHC} \Rightarrow \text{نسبت اضلاع} = K = \text{نسبت محیط ها}$$

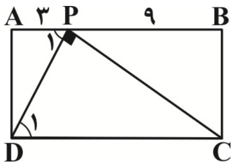
$$K=\frac{AH}{HC}=\frac{۹/۶}{۱۲/۸}=\frac{۳}{۴}$$

(اللهدادی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ برخی روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه)

۱۶- گزینه «۳» ـ برای متشابه بودن دو مثلث الزاماً باید دو ضلع با یکدیگر متناسب باشند و زاویه بین همان دو ضلع با یکدیگر برابر باشد.

(اللهدادی) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)

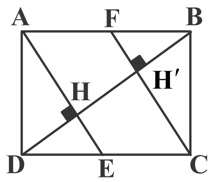
۱۷- گزینه «۴» ـ دو زاویه $\hat{P}_۱$, $\hat{D}_۱$ بنابر قضیه خطوط موازی و مورب مساوی‌اند. پس دو مثلث قائم‌الزاویه ADP و PDC متشابه‌اند.



$$\overset{\Delta}{APD}\sim\overset{\Delta}{DPC} \Rightarrow \frac{DP}{DC}=\frac{AP}{DP} \Rightarrow DP^۲=AP.DC=۱۲\times۳=۳۶ \Rightarrow PD=۶$$

(سراسری تجربی ۸۱) (فصل دوم ـ دروس دوم و سوم ـ تشابه مثلث‌ها و برخی خواص طولی در مثلث قائم‌الزاویه)

۱۸- گزینه «۱» ـ



$$\overset{\Delta}{ABD}: AB^۲+AD^۲=BD^۲ \Rightarrow ۴^۲+۳^۲=BD^۲ \Rightarrow BD=۵$$

$$\overset{\Delta}{ABD}: AD^۲=DH\times BD \Rightarrow ۹=DH\times۵ \Rightarrow \begin{cases}DH=\frac{۹}{۵}\\ BH'=\frac{۹}{۵}\end{cases}$$

$$HH'=BD-DH-BH'=۵-\frac{۹}{۵}-\frac{۹}{۵}=\frac{۷}{۵}$$

$$\overset{\Delta}{ABH}: FH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{AB}=\frac{BH'}{BH} \Rightarrow \frac{۴-X}{۴}=\frac{\frac{۹}{۵}}{\frac{۱۶}{۵}}=\frac{۹}{۱۶} \Rightarrow ۱۶-۴X=۹ \Rightarrow X=\frac{۷}{۴}$$

$$S_{AFCE}=AD\times AF=۳\times X=۳\times\frac{۷}{۴}=\frac{۲۱}{۴}=۵/۲۵$$

(سراسری ریاضی ۹۶) (فصل دوم ـ دروس دوم و سوم ـ قضیه تالس و برخی روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه)

۱۹- گزینه «۲» ـ برای این که رابطه‌ای نشان‌دهنده تابع باشد هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید دارای مؤلفه اول برابر باشند.

$$(۳,m^۲),(۳,m+۲) \Rightarrow m^۲=m+۲ \Rightarrow m^۲-m-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases}m=-۱\\ m=۲\end{cases}$$

$m=-۱ \Rightarrow \{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(۳,۱),(-۱,۴)\} \Rightarrow$ تابع است.

$m=۲ \Rightarrow \{(۳,۴),\underline{(۲,۱)},(-۳,۲),(-۲,۲),(۳,۴),\underline{(۲,۴)}\} \Rightarrow$ تابع نیست.

(سراسری خارج از کشور تجربی ۸۵) (فصل سوم ـ درس دوم ـ تابع یک‌به‌یک)

۲۰- گزینه «۴» ـ دو مثلث قائم‌الزاویه AOD و HOC دو زاویه مساوی دارند پس متشابه‌اند.

$$\overset{\Delta}{ADO}\sim\overset{\Delta}{HOC} \Rightarrow \frac{OH}{OD}=\frac{HC}{AD}=\frac{OC}{OD} \Rightarrow \frac{۳۶}{\frac{۱۲}{۵}}=\frac{HC}{۱۲} \Rightarrow HC=۵\times۳۶=۱۸۰$$

(سراسری ریاضی ۸۲) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)