زمین‌شناسی

۱- گزینه «۴» ـ در فرآیند تشکیل انواع زغال‌سنگ، مسیر تبدیل یک‌طرفه است و امکان بازگشت به عقب و مرحله قبل وجود ندارد.

مراحل تشکیل زغال‌سنگ به صورت زیر می‌باشد: تورب ← لیگنیت ← بیتومین ← آنتراسیت

(سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه ـ زغال‌سنگ)

۲- گزینه «۱» ـ کانسنگ عناصری مانند کروم، نیکل، پلاتین از یک ماگمای در حال سرد شدن تشکیل می‌شوند (جزء کانسنگ ماگمایی هستند). از آن‌جا که این عناصر چگالی نسبتاً بالایی دارند، در بخش زیرین ماگما ته‌نشین می‌شوند و کانسنگ ماگمایی را به‌وجود می‌آورند.

(سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه ـ کانسنگ ـ الف) کانسنگ ماگمایی)

۳- گزینه «۴» ـ تورکوایز نام تجاری فیروزه می‌باشد که دارای ترکیب فسفاتی می‌باشد پس جزء جواهرات غیر سیلیکاتی بوده. در حالی‌که زمرد، عقیق و زبرجد جزء جواهرات سیلیکاتی می‌باشند.

(سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای توسعه و تمدن ـ گوهرها، زیبایی شگفت‌انگیز دنیای کانی‌ها ـ فیروزه)

۴- گزینه «۲» ـ در آب‌های ساکن و گرم مردابی به دلیل جریان نداشتن هوا، اکسیژن چندانی وارد آب نمی‌شود تا به مواد آلی تجمع یافته در بستر برسد. به همین دلیل، این مواد به‌صورت تجزیه نشده باقی می‌مانند و تبدیل به انواع زغال‌سنگ می‌شوند.

(سراسری داخل کشور ـ ۹۳) (فصل دوم ـ منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای توسعه و تمدن ـ زغال‌سنگ)

۵- گزینه «۳» ـ مهاجرت ثانویه درون سنگ مخزن صورت می‌گیرد و آب شور، نفت، گاز براساس چگالی در طبقات روی هم قرار می‌گیرند.

(سراسری خارج از کشور ـ ۹۲) (فصل دوم ـ منابع معدنی و ذخایر انرژی، زیربنای تمدن و توسعه ـ مهاجرت نفت)

۶- گزینه «۳» ـ بیشترین تخریب رودخانه‌ها در دیواره مقعر آن‌ها صورت می‌گیرد. در شکل، بخش y مقعر بوده و بیشترین تخریب را دارد.

(سیدجوادی) (فصل سوم ـ منابع آب و خاک ـ آبدهی ـ فکر کنید (مقاطع مختلف رود))

۷- گزینه «۱» ـ کیفیت آب زیرزمینی به مقدار مواد معلق، ترکیب شیمیایی و زیستی موجود در آب بستگی دارد. در نتیجه وسعت آب زیرزمینی تأثیری در کیفیت ندارد. (سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع آب و خاک ـ حریم منابع آب)

۸- گزینه «۲» ـ دبی (آبدهی) یک رودخانه را می‌توان از طریق فرمول زیر محاسبه کرد:

سرعت جریان آب × مساحت سطح مقطع : دبی $\Rightarrow \quad Q = V \times A$

$$A = ۲/۵\ m \times ۰/۵\ m = ۱/۲۵\ m^۲$$

$$Q = ۲\frac{m}{s} \times ۱/۲۵\ m^۲ = ۲/۵\frac{m^۳}{s}$$

(سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع آب و خاک (آبدهی))

۹- گزینه «۳» ـ هر چه اندازه ذرات خاک کوچک‌تر باشد، فشار موبینه بیشتر است. یعنی ارتفاع موبینه بیشتر خواهد بود. در نتیجه آب تا ارتفاع بیشتری بالا خواهد آمد. از بین ذرات ذکر شده در صورت سؤال، رس‌ها از بقیه دانه‌ریزتر هستند.

(سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع آب و خاک ـ سطح ایستابی (پیوند با فیزیک))

۱۰- گزینه «۱» ـ

$I - O = \Delta S$

مقدار آب ورودی : I

مقدار آب خروجی : O

بیلان : ΔS

در صورتی‌که مقدار آب ورودی از مقدار آب خروجی بیشتر باشد بیلان مثبت است $(I > O)$ و در صورتی‌که مقدار آب خروجی از مقدار آب ورودی بیشتر باشد ترازنامه آب منفی است $(I < O)$ (سیدجوادی) (فصل دوم ـ منابع آب و خاک ـ توازن آب (بیلان آب))

ریاضی ۲

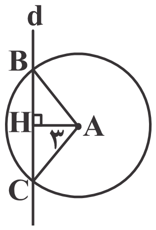
۱۱- گزینه «۱» ـ محیط مثلث بزرگ‌تر $p = ۵ + ۴ + ۷ = ۱۶$ با توجه به این‌که نسبت محیط‌ها برابر است با نسبت ارتفاع‌ها داریم:

$$p' = ۱۶ \times \frac{۲}{۳} = ۱۰/۶$$

توجه: از آنجا که اضلاع مثلث موازی‌اند، زاویه‌ها نظیر به نظیر برابرند و دو مثلث متشابه‌اند. (جعفری) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)

۱۲- گزینه «۲» ـ با توجه به شکل زیر سوزن پرگار را روی نقطه A قرار می‌دهیم. برای اینکه مساحت مثلث $۱۲\ cm^۲$ باشد، داریم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AH \times BC \Rightarrow BC = ۸ \Rightarrow BH = \frac{۸}{۲} = ۴ \xrightarrow{\text{طبق رابطه فیثاغورس}} AB = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$



بنابراین دهانه پرگار باید به اندازه ۵ cm باز شود. (جعفری) (فصل دوم ـ درس اول ـ ترسیم‌های هندسی)

۱۳- گزینه «۴» ـ طبق توضیحات کتاب درسی گزینه «۴» درست است. (جعفری) (فصل دوم ـ درس اول ـ ترسیم‌های هندسی)

۱۴- گزینه «۳» ـ ابتدا باید خط $d_۱$ را به گونه‌ای رسم کنیم که از نقطه P بگذرد و بر d عمود باشد. برای این منظور سه کمان باید رسم کنیم.

سپس خط $d_۲$ را به گونه‌ای رسم می‌کنیم که از P گذشته و بر $d_۱$ عمود باشد. برای این منظور نیز باید سه کمان رسم کنیم.

(جعفری) (فصل دوم ـ درس اول ـ ترسیم‌های هندسی)

۱۵- گزینه «۳» ـ طبق توضیحات کتاب درسی در بین گزینه‌ها تنها تعمیم قضیه تالس با برهان خلف اثبات نمی‌شود. (جعفری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ استدلال)

۱۶- گزینه «۴» ـ فرض می‌کنیم نقطه p وسط ضلع AC باشد.

$$A\overset{\Delta}{B}H\,,\,A\overset{\Delta}{B}C\begin{cases}\hat{A}\ \text{مشترک}\\ \hat{B}=\hat{H}\end{cases}\Rightarrow \Delta\overset{\text{زز}}{\sim}\Delta \Rightarrow \frac{MH}{BP}=\frac{AB}{AC}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{MH^۲}{BP^۲}=\frac{AB^۲}{AC^۲}\quad(۱)$$

$$B\overset{\Delta}{C}H\,,\,A\overset{\Delta}{B}C\begin{cases}\hat{C}\ \text{مشترک}\\ \hat{B}=\hat{H}\end{cases}\Rightarrow \Delta\overset{\text{زز}}{\sim}\Delta \Rightarrow \frac{NH}{BP}=\frac{BC}{AC}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{NH^۲}{BP^۲}=\frac{BC^۲}{AC^۲}\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)+(۲)}\frac{MH^۲}{BP^۲}+\frac{NH^۲}{BP^۲}=\frac{AB^۲}{AC^۲}+\frac{BC^۲}{AC^۲}\xrightarrow{\text{طبق فیثاغورس } AB^۲+BC^۲=AC^۲}\frac{MH^۲}{BP^۲}+\frac{NH^۲}{BP^۲}=\frac{AC^۲}{AC^۲}$$

$$\Rightarrow\xrightarrow{MH=۲,\ NH=۳}\frac{۴+۹}{BP^۲}=۱\Rightarrow BP=\sqrt{۱۳}$$

(جعفری) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)

۱۷- گزینه «۴» ـ طبق نکات کتاب درسی داریم:

$$\begin{cases}AB^۲=AH\cdot AC\ (۱)\\ BH^۲=AH\cdot CH\ (۲)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق}(۱)}AB^۲=۲\times ۵\Rightarrow AB=\sqrt{۱۰}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق}(۲)}BH^۲=۲\times(۵-۲)\Rightarrow BH^۲=۶$$

هم‌چنین:

$$BH^۲=AB\cdot BH'\Rightarrow ۶=\sqrt{۱۰}\times BH'\Rightarrow BH'=\frac{۶}{\sqrt{۱۰}}=\frac{۶\sqrt{۱۰}}{۱۰}=\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$$

(جعفری) (فصل دوم ـ درس سوم ـ روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه)

۱۸- گزینه «۳» ـ

$$ABCD\sim AEFD\Rightarrow\frac{AD}{CD}=\frac{DF}{AD}\Rightarrow\frac{AD}{۸}=\frac{۲}{AD}\Rightarrow AD=۴\Rightarrow \text{نسبت تشابه}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{p_{ADEF}}{p_{ABCD}}=\frac{۱}{۲}$$

(جعفری) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه)

۱۹- گزینه «۱» ـ

$$\begin{matrix}AM=BM\\ AN=CN\end{matrix}\Rightarrow\frac{AM}{AN}=\frac{BM}{CN}\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}}MN\parallel BC$$

به‌طور مشابه $NP\parallel AB\,,\,MP\parallel AC$

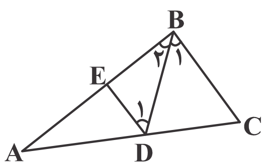
$$MN\parallel BC\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}}\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}\xrightarrow{AM=\frac{۱}{۲}AB}\frac{MN}{BC}=\frac{۱}{۲}$$

به طور مشابه $\frac{MP}{AC}=\frac{NP}{AB}=\frac{۱}{۲}$. بنابراین دو مثلث MNP , ABC متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{۱}{۲}$ است. پس:

$$\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}}=(\frac{۱}{۲})^۲\Rightarrow S_{MNP}=\frac{۱}{۴}\times ۱۴=۳/۵$$

(جعفری) (فصل دوم ـ درس سوم ـ تشابه مثلث‌ها)

۲۰- گزینه «۳» ـ



$$\left.\begin{matrix}ED\parallel BC\,,\ \text{مورب } BD\Rightarrow\hat{B}_۱=\hat{D}_۱\\ \text{نیمساز } \hat{B}\ BD\Rightarrow\hat{B}_۱=\hat{B}_۲\end{matrix}\right\}\Rightarrow\hat{B}_۲=\hat{D}_۱$$

در نتیجه مثلث BDE متساوی‌الساقین است و $ED=BE=x$.

$$ED \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AE}{AB}=\frac{ED}{BC} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{AB-AE}{AB}=\frac{BC-ED}{BC} \Rightarrow \frac{BE}{AB}=\frac{۴-BE}{۴}$$

$$\Rightarrow AB=\frac{۴BE}{۴-BE} \Rightarrow AB=\frac{۴x}{۴-x}$$

(جعفری) (فصل دوم ـ درس دوم ـ قضیه تالس)

۲۱- گزینه «۲» ـ بررسی «آ»:

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^۲-۴}=\sqrt{(x-۲)(x+۲)}=g(x) \\ D_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty) \\ D_g=[۲,+\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f\neq g$$

بررسی «ب»:

$$\begin{matrix} f(x)=|x^۲-۹|=|x-۳||x+۳|=g(x) \\ D_f=D_g=\mathbb{R} \end{matrix} \Rightarrow f=g$$

بررسی «پ»:

$$\begin{matrix} f(x)=[x]+۲=[x+۲]=g(x) \\ D_f=D_g=\mathbb{R} \end{matrix} \Rightarrow f=g$$

بررسی «ت»:

$$f(x)=\frac{x^۲+۲}{x^۳+۲x}=\frac{x^۲+۲}{x(x^۲+۲)}=\frac{۱}{x}=g(x) \Rightarrow f=g$$

$$D_f=D_g=\mathbb{R}-\{۰\}$$

(جعفری) (فصل سوم ـ درس اول ـ تساوی دو تابع)

۲۲- گزینه «۱» ـ بررسی «آ»: مثال نقض برای یک‌به‌یک نبودن تابع f:

$$\begin{matrix} x=۳ \Rightarrow f(۳)=۱ \\ x=۲ \Rightarrow f(۲)=۱ \end{matrix} \Rightarrow \text{ یک‌به‌یک نیست } f$$

بررسی «ب»: از آنجا که $|x+۴|$ یک‌به‌یک نیست، پس $\sqrt{|x+۴|}$ نیز یک‌به‌یک نیست.

بررسی «پ»: می‌دانیم تابع $\sqrt{x^۲-۹}$ روی دامنه‌اش یک‌به‌یک نیست، اما اگر دامنه آن را به $x\geq ۳$ و یا به $x\leq -۳$ محدود کنیم، یک‌به‌یک می‌شود. با توجه به این‌که دامنه h برابر است با $x\leq -۳$، پس تابع یک‌به‌یک است.

بررسی «ت»: ابتدا برد هر یک از ضابطه‌های k را به دست می‌آوریم:

$$k_۱(x)=\frac{۱}{x-۱}-۱ \xrightarrow{x>۰} R_{k_۱}=(-۱,+\infty)$$

$$k_۲(x)=\sqrt{-x}-۲ \xrightarrow{-۴\leq x\leq ۰} R_{k_۲}=[-۲,۰]$$

از آنجا که $R_{k_۱}\cap R_{k_۲}=(-۱,۰]$ پس تابع یک به یک نیست. (جعفری) (فصل سوم ـ درس دوم ـ تابع یک‌به‌یک)

۲۳- گزینه «۴» ـ ابتدا دامنه دو تابع را پیدا می‌کنیم:

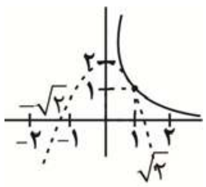
$$D_f=[۲,+\infty),\ D_g=(-\infty,۴] \Rightarrow D_f\cap D_g=[۲,۴]$$

$$x=۲ \Rightarrow \begin{cases} f(۲)=۰ \\ g(۲)=\sqrt{۲} \end{cases},\ ۲<x<۳ \Rightarrow \begin{cases} f(x)=۰ \\ g(x)=۱ \end{cases}$$

$$x=۳ \Rightarrow \begin{cases} f(۳)=۱ \\ g(۳)=۱ \end{cases},\ ۳<x\leq ۴ \Rightarrow \begin{cases} f(x)=۱ \\ g(x)=۰ \end{cases}$$

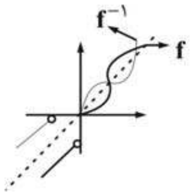
بنابراین دو تابع در نقطه $(۳,۱)$ یکدیگر راقطع می‌کنند. (جعفری) (فصل سوم ـ درس اول ـ توابع رادیکالی و جز صحیح)

۲۴- گزینه «۳» ـ با توجه به شکل بزرگ‌ترین بازه‌ای که می‌توان انتخاب کرد که تابع یک‌به‌یک باشد، $x\leq -\sqrt{۲}$ است.



(جعفری) (فصل سوم ـ درس دوم ـ تابع یک به یک)

۲۵- گزینه «۲» ـ برای رسم نمودار f^{-1} باید قرینه نمودار f را نسبت به محور $y=x$ بکشیم.



(جعفری) (فصل سوم ـ درس دوم ـ وارون تابع)

۲۶- گزینه «۴» ـ می‌دانیم:

$$۰ \le x-[x] < ۱ \Rightarrow ۰ \le ۳(\frac{x}{۳}-[\frac{x}{۳}]) < ۳$$

$$[x^۲]+[-x^۲]=\begin{cases} ۰ & x\in\mathbb{Z} \\ -۱ & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

اگر $x\in\mathbb{Z}$ باشد، با توجه به این‌که $[x^۲]+[-x^۲]=۰$ به رابطه $۱=۰$ می‌رسیم که غیرممکن است.

اگر $x\notin\mathbb{Z}$ باشد، داریم:

$$\underbrace{\underbrace{(x-۳[\frac{x}{۳}])}_{\text{مثبت}}\underbrace{([x^۲]+[-x^۲])}_{-۱}\underbrace{(x^۲+۴)}_{\text{مثبت}}}_{\text{عدد منفی}}=۱$$

می‌بینیم که در این حالت هم به یک رابطه غیرممکن می‌رسیم. (جعفری) (فصل سوم ـ درس اول ـ تابع جز صحیح)

۲۷- گزینه «۱» ـ

$$D_f=\mathbb{R}-[۰,۱)$$

گزینه «۱» $D_g=\mathbb{R}-[۰,۱]\,,\,D_h=\mathbb{R}-\{[۰,۱],\{۲\}\}$

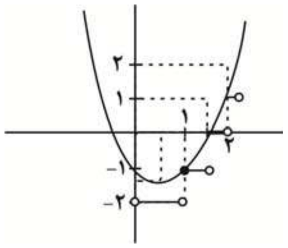
گزینه «۳» $D_k=\mathbb{R}-[۰,۱)\,,\,D_m=(۰,۱)$

با توجه به دامنه‌های به دست آمده، اگر از دامنه f، نقطه ۱ را حذف کنیم، دامنه g به‌دست می‌آید.

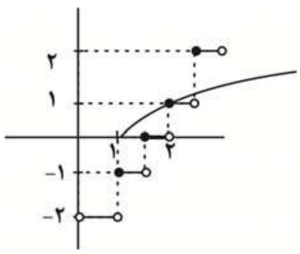
$$D_f-\{۱\}=\mathbb{R}-[۰,۱)-\{۱\}=\mathbb{R}-[۰,۱]=D_g$$

(جعفری) (فصل سوم ـ درس اول ـ دامنه تابع و تابع جز صحیح)

۲۸- گزینه «۲» ـ نمودار $[x^۲-x-۱]$ را رسم می‌کنیم: رأس سهمی $y=x^۲-x-۱$ برابر است با $(\frac{۱}{۲},-\frac{۵}{۴})$



حال نمودار دو تابع را همزمان رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینیم معادله فقط یک جواب دارد. $(x=۲)$ (جعفری) (فصل سوم ـ درس اول ـ تابع رادیکالی و جز صحیح)

۲۹- گزینه «۴» ـ

$$\sqrt{x^۲+۲}=۲x+۱ \xrightarrow{\text{توان}۲} x^۲+۲=۴x^۲+۴x+۱ \Rightarrow ۳x^۲+۴x-۱=۰$$

$$x_۱\,,\,x_۲=\frac{-۲\pm\sqrt{۷}}{۳} \xrightarrow{\text{جواب مثبت}} k=\frac{-۲+\sqrt{۷}}{۳}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۰<k<۱ \Rightarrow ۰<k^۹<۱ \Rightarrow [k^۹]=۰ \\ ۰<۳k<۱ \Rightarrow ۰<۲۷k^۳<۱ \Rightarrow -۱<-۲۷k^۳<۰ \Rightarrow [-۲۷k^۳]=-۱ \end{array}\right\} \Rightarrow [k^۹]+[-۲۷k^۳]=-۱$$

(جعفری) (فصل اول ـ درس سوم ـ معادلات رادیکالی، فصل سوم ـ درس اول ـ تابع جز صحیح)

۳۰- گزینه «۲» ـ ابتدا جواب‌های معادله $\frac{24}{[x]^2}-\frac{2}{[x]}=1$ را به‌دست می‌آوریم:

$$[x]^2\times\left(\frac{24}{[x]^2}-\frac{2}{[x]}=1\right) \Rightarrow [x]^2+2[x]-24=0 \Rightarrow ([x]+6)([x]-4)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [x]=-6 \Rightarrow -6\le x<-5 \xrightarrow{\times(-2)} 10<-2x\le 12 \xrightarrow{\text{کمترین مقدار مثبت}} [-2x]=10 \\ [x]=4 \Rightarrow 4\le x<5 \xrightarrow{\times(-2)} -10<-2x\le -8 \end{cases}$$

(جعفری) (فصل اول ـ درس سوم ـ معادلات گویا، فصل سوم ـ درس اول ـ تابع جز صحیح)