

ریاضی ۲

۱- گزینه «۱» -

$$x = -9: \frac{a}{-9} - \frac{2}{-12} = \frac{12}{-72} \Rightarrow -\frac{a}{9} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2} \Rightarrow 3(9-x^2) + 2x(x+3) = 12x \Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$\Rightarrow (x+9)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 3 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

بنابراین معادله به جز $x = -9$ ریشه دیگری ندارد. (گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس سوم - معادلات گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان دو برسانید}} x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-5} + 2x-5$$

$$2\sqrt{2x-5} = -x+5 \xrightarrow{\text{به توان دو برسانید}} 4(2x-5) = x^2 - 10x + 25$$

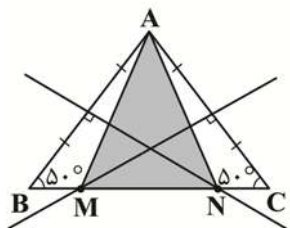
$$x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 & \text{قابل قبول} \\ x_2 = 15 & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

معادله یک جواب دارد.

(گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس سوم - معادلات رادیکالی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - (گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس اول - ترسیم‌های هندسی) (آسان)

۴- گزینه «۲» -



$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

از طرفی نقطه M روی عمود منصف AC است. پس:

$$\hat{M}AC = 50^\circ \Rightarrow \hat{A}MC = 80^\circ$$

به طور مشابه $\hat{A}NB = 80^\circ$ و در نتیجه:

$$\triangle AMN: \hat{M}AN = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 20^\circ$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس اول - ترسیم‌های هندسی) (دشوار)

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \\ 2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \\ 3x-2 > 0 \Rightarrow x > \frac{2}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cap} \frac{2}{3} < x < 1 \quad (1)$$

طول هر ضلع باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} (1-x) + (2x-1) > 3x-2 \Rightarrow x < 1 \\ (1-x) + (3x-2) > 2x-1 \Rightarrow 0 > 0 \Rightarrow \emptyset \xrightarrow{\cap} \emptyset \quad (2) \\ (2x-1) + (3x-2) > 1-x \Rightarrow x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

اضلاع باید در نامساوی مثلث صدق کنند.

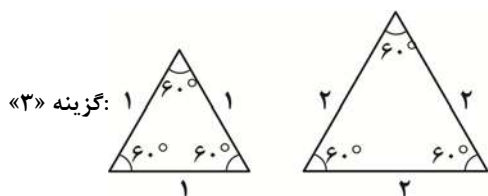
$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \emptyset$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - استدلال) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) مثال نقض می‌نویسیم:

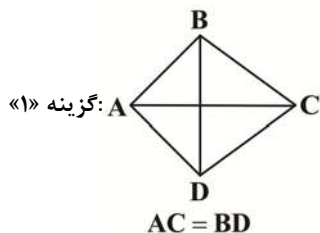
گزینه «۱»: $0 \times \sqrt{2} = 0$

گزینه «۲»: $2\pi \times \frac{1}{\pi} = 2$



(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - استدلال) (آسان)

۷- گزینه «۴» - برای هر کدام از گزینه‌ها مثال نقض می‌نویسیم:



گزینه «۲»: $A = \frac{1}{2} \Rightarrow A + \frac{1}{A} = 2.5 > 2$

گزینه «۳»: $b = -4, a = 2 \Rightarrow b < a \Rightarrow a^2 < b^2$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - استدلال) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

طرفین وسطین: $21a + 6ab + 7c + 20b = 20b + 7c + 6ab + 14a$

$$\Rightarrow 7a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{7}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - نسبت و تناسب) (آسان)

$$2BM = 2MC \Rightarrow \frac{BM}{MC} = \frac{2}{2} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AN}{ND} = \frac{2}{2}$$

$$\triangle ACD: ME \parallel CD \Rightarrow \frac{AN}{ND} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{6}{EC} \Rightarrow EC = 4 \Rightarrow AC = 10$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس:

$$\triangle ACD: AD = \sqrt{(\Delta\sqrt{5})^2 - 10^2} = \sqrt{125 - 100} = \sqrt{25} = 5$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس دوم - قضیه تالس) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - با استفاده از قضیه فیثاغورس، در مثلث ABC اندازه ضلع BC برابر است با:

$$BC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

دو مثلث ABC و BDC متشابه‌اند، بنابراین:

$$AB \times BC = AC \times BD \Rightarrow BD = 4/8$$

در مثلث ADB، اندازه ضلع AD برابر است با:

$$AD = \sqrt{6^2 - (4/8)^2} = 3/6 \Rightarrow DC = 6/6$$

همچنین دو مثلث BDC و DEC متشابه‌اند، بنابراین:

$$BC \times x = BD \times DC \Rightarrow x = 3/84$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - روابط طولی در مثلث) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1, \hat{D}_2 \text{ مکمل اند} \\ \hat{E}, \hat{D}_1 \text{ مکمل اند} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{D}_2 \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{AE}{DC} = \frac{BE}{BD} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{1/5} = \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{x} \Rightarrow \begin{cases} 1/5x + 2 = 5 \Rightarrow x = \frac{2}{1/5} = \frac{4}{3} \\ y+1 = x(x+2) \Rightarrow y = \frac{4}{3} \times \frac{10}{3} - 1 \Rightarrow y = \frac{31}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y - x = \frac{31}{9} - \frac{4}{3} = \frac{19}{9}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - تشابه دو مثلث) (دشوار)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\frac{1}{x} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \mathbf{R - \{0\}} \quad (1)$$

$$\frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \mathbf{R - \{-1\}} \quad (2)$$

$$\frac{\frac{1}{x}-1}{2x+3} \Rightarrow \frac{2x+3}{x+1} = 0 \Rightarrow 2x+3=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \mathbf{R - \{-\frac{3}{2}\}} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} \mathbf{R - \{-\frac{3}{2}, -1, 0\}}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - دامنه توابع گویا) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

گزینه «۱»: $D_f \neq D_g$

گزینه «۲»: $f(-1) \neq g(-1)$

گزینه «۴»: $D_f \neq D_g$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - تساوی دو تابع) (آسان)

۱۴- گزینه «۱» -

$$[x+4] = -[x] \Rightarrow [x]+4 = -[x] \Rightarrow [x]+[x] = -4 \Rightarrow 2[x] = -4$$

$$\Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow -2 \leq x < -1 \Rightarrow x \in [-2, -1)$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» - (گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - توابع گویا و رادیکالی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» - اگر نسبت تشابه دو مثلث متشابه K باشد، نسبت مساحت‌ها K^2 می‌باشد و نسبت تشابه دو مثلث با نسبت میان‌ها برابر است،

بنابراین داریم:

$$K^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow K = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2m-1}{m+6} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4m-2 = m+6 \Rightarrow 3m = 8 \Rightarrow m = \frac{8}{3}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس سوم - تشابه دو مثلث) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» - بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نسبت به $(y = -x)$ رسم شده است، پس غلط است.

گزینه «۲»: تابع یک‌به‌یک نیست پس وارن پذیر نیست.

گزینه «۴»: اصلاً نمودار f تابع نیست.

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس دوم - وارون یک تابع) (آسان)

۱۸- گزینه «۳» - ابتدا تک تک ضابطه‌ها را وارون کرده و به جای محدوده x ، برد هر قسمت را قرار می‌دهیم:

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & ; x > 2 \\ x+3 & ; x \leq -2 \end{cases}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس دوم - به‌دست آوردن ضابطه وارون) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$(3, 1) = (a^2 - 1, 1) \xrightarrow{\text{یک به یک}} a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -2 \Rightarrow f = \{(3, 1), (-2, 3), (4, -1), (2, 5), (3, 1)\} \\ a = 2 \Rightarrow f = \{(3, 1), (2, 3), (4, -2), (2, 5), (3, 1)\} \end{array} \right. \rightarrow \text{ق ق}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -2 \Rightarrow f = \{(3, 1), (-2, 3), (4, -1), (2, 5), (3, 1)\} \\ a = 2 \Rightarrow f = \{(3, 1), (2, 3), (4, -2), (2, 5), (3, 1)\} \end{array} \right. \rightarrow \text{تابع نیست}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس دوم - وارون یک تابع) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» -

$$f(2) + f^{-1}(6) = f^{-1}(3) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = a \\ f^{-1}(6) = a \\ f^{-1}(3) = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{(1)} 2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس دوم - وارون یک تابع) (آسان)