

ک.م.م.مخرجها $x(x-3)(x+3)$

$$x(x-3)(x+3)\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}\right) \Rightarrow 2(x-3)(x+3) - 2x(x+3) = -12x \Rightarrow 3x^2 - 27 - 2x^2 - 6x + 12x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$(x+9)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه مخرج (غ ق ق) } x = 3 \\ \text{ق ق} x = -9 \end{cases}$$

$$a = -9 : \sqrt{a^2 + 4a} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

به ازای ریشه مشترک معادله جواب خواهد داشت.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = 2 : x^2 - 4x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow 8 - 4(4) + 2 + 6 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$$x = 3 : 27 - 4(9) + 3 + 6 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

پس $x = 3$ و $x = 2$ ریشه‌های مشترک دو عبارت رادیکالی هستند، در نتیجه معادله دو ریشه دارد.

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گویا) (متوسط)

۳- گزینه «۴» -

$$x^2 + 5 = 4\sqrt{x^2 + 2}$$

$$x^2 + 2 + 3 = 4\sqrt{x^2 + 2} \xrightarrow{x^2 + 2 = t} t + 3 = 4\sqrt{t} \xrightarrow{\text{به توان } 2} t^2 + 6t + 9 = 16t \Rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{بررسی جواب (ق ق) } t = 1 \\ \text{بررسی جواب (ق ق) } t = 9 \end{cases}$$

$$t = 1 : x^2 + 2 = 1 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{غ ق ق}$$

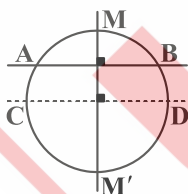
$$t = 9 : x^2 + 2 = 9 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$$

$$-7 = \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = (-\sqrt{7})(\sqrt{7})$$

(میرزایی) (معادلات گنگ و گویا - حل معادله گویا) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - نقاط تقاطع عمودمنصف هر وتر دایره با محیط دایره یک قطر از دایره می‌باشد (M', M) .

حال عمودمنصف MM' را رسم کنیم، یک قطر دیگر از دایره و موازی با AB خواهد بود (CD) .



(کتاب همراه علوی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس:

$$BH = BH'$$

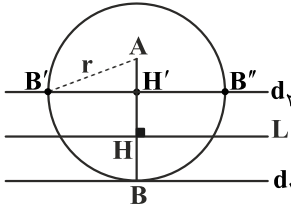
$$x^2 = x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \text{ غ ق ق} \\ x = 3 \Rightarrow \begin{cases} BH = x^2 = 9 \\ AH = 4x = 12 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Delta ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AB^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow AB = 15$$

(میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۷ سانتی‌متر رسم کنید.



AB = r = ۷ سانتی‌متر

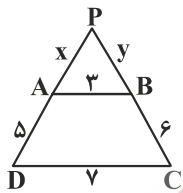
BH = ۲ سانتی‌متر

AH = ۵ سانتی‌متر

HH' = ۲ سانتی‌متر

نقاط B, B' و B'' جواب‌های مسئله هستند. (میرزایی) (هندسه - ترسیم‌های هندسی) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - بنا به قضیه تالس داریم:



$$\frac{PA}{PD} = \frac{PB}{PC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{x}{x+5} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7x = 3x + 15 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$\frac{y}{y+6} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7y = 3y + 18 \Rightarrow y = \frac{18}{4}$$

$$PAB \text{ محیط مثلث} = \frac{15}{4} + \frac{18}{4} + 3 = 11 \frac{25}{4}$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$225 = AH^2 + 169 \Rightarrow AH = 2\sqrt{14}$$

$$AH^2 = DH \times HB \Rightarrow 56 = DH \times 13 \Rightarrow DH = \frac{56}{13}$$

$$BD = BH + DH = 13 + \frac{56}{13} = \frac{225}{13}$$

(میرزایی) (هندسه - رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$CE^2 = CD^2 + DE^2 \Rightarrow CE^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow CE = 13$$

$$\Delta ABC \sim \Delta CDE$$

$$k = \frac{CE}{CA} = \frac{13}{5}$$

$$\frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{169}{25}$$

(میرزایی) (هندسه - تشابه دو مثلث) (متوسط)

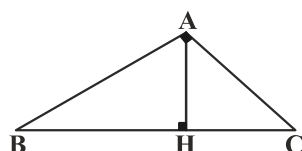
$$PC \parallel MN \xrightarrow{\text{بنابسه تالس}} \frac{AM}{MP} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{a}{۳} = \frac{AN}{NC} \text{ (I) رابطه}$$

$$BC \parallel PN \xrightarrow{\text{بنابسه تالس}} \frac{AP}{PB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{a+۳}{۶} = \frac{AN}{NC} \text{ (II) رابطه}$$

$$\xrightarrow{\text{بنابسه (I), (II)}} \frac{a}{۳} = \frac{a+۳}{۶} \Rightarrow ۲a = a+۳ \Rightarrow a = ۳$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» -



$$BC^2 = ۱۴۴ + ۸۱ \Rightarrow BC = ۱۵$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$۱۴۴ = BH \times ۱۵ \Rightarrow BH = \frac{۱۴۴}{۱۵}$$

$$CH = ۱۵ - \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۸۱}{۱۵}$$

$$\text{رابطه طولی: } AH^2 = BH \times CH$$

$$AH^2 = \frac{۱۴۴}{۱۵} \times \frac{۸۱}{۱۵} \Rightarrow AH = \frac{۱۲ \times ۹}{۱۵} = ۷/۲$$

رابطه طولی در مثلث قائم الزاویه:

(میرزایی) (هندسه - روابط طولی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{بنابسه تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{a}{a+۵} = \frac{a-۲}{a+۱} \Rightarrow a^2 + a = a^2 + ۳a - ۱۰ \Rightarrow -۲a = -۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{۵}{۱۰} = \frac{b}{b+۳} \Rightarrow b+۳ = ۲b \Rightarrow b = ۳$$

$$a+۲b = ۵+۳ = ۸$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

{ریشه یا ریشه‌های مخرج} - R: دامنه توابع کسری - جبری

$$x-۱=۰ \Rightarrow x=۱ \text{ ریشه مخرج } ۱$$

$$۲x+۱=۰ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲} \text{ ریشه مخرج } -\frac{۱}{۲}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{۱}{۲}, ۱\}$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

گزینه «۱»: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}, D_g = \mathbb{R} \quad D_f \neq D_g$
 گزینه «۲»: $D_f = D_g = \mathbb{R}, f(x) = |x|, g(x) = x \quad f(x) \neq g(x)$
 گزینه «۳»: $D_f = D_g = \mathbb{R} \quad f(x) = g(x) = 2$
 گزینه «۴»: $(x+1)(x-2) \geq 0$
 $D_g: x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$
 $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$
 $D_g = [2, +\infty)$
 $D_f = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty) \quad D_f \neq D_g$

X	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
		+	-	+
		ج	ج	

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع و تساوی دو تابع) (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» - نمودار \sqrt{x} را ۲ واحد به چپ برده و سپس یک واحد به بالا برده شده است.

$f(x) = \sqrt{x+2} + 1 \Rightarrow a=2 \quad b=1 \Rightarrow a+b=2+1=3$

(میرزایی) (تابع - توابع رادیکالی) (آسان)

۱۶- گزینه «۳» -

$\frac{2x+1}{x-4} - 1 < 0$: بازه‌ای که جزو دامنه f نیست.

$\frac{x+5}{x-4} < 0$

X	$-\infty$	-5	4	$+\infty$
		+	-	+
		ج	ج	

ریشه مخرج $x-4=0 \Rightarrow x=4$

بازه‌ای که جزو دامنه f نیست: $(-5, 4) \cup \{4\}$

اعداد صحیح که جزو دامنه نیستند: $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

(میرزایی) (تابع - دامنه توابع رادیکالی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -

$[x^2 - 4x + 4 - 4] = [(x-2)^2 - 4] = [(x-2)^2] - 4 \xrightarrow{\text{جایگزینی مقدار } x} [(\sqrt[4]{7} + 2 - 2)^2] - 4 = [\sqrt{7}] - 4 \xrightarrow{2 < \sqrt{7} < 3} 2 - 4 = -2$

(میرزایی) (تابع - جزء صحیح) (متوسط)

۱۸- گزینه «۱» -

$[2x] + 9 + [2x] - 1 = 0 \Rightarrow 2[2x] = -8$

$[2x] = -4 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq -3 \Rightarrow -2 \leq x < -\frac{3}{2}$

مجموعه جواب $[-2, -\frac{3}{2}]$

$b - a = \frac{-3}{2} - (-2) = \frac{1}{2}$

(میرزایی) (تابع - جزء صحیح) (متوسط)

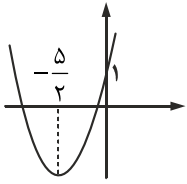
۱۹- گزینه «۲» -

$f^{-1} = \{(5, -2), (-7, -1), (9, 2), (7, 4)\}$

$f^{-1}(-7) + f^{-1}(9) = (-1) + 2 = 1$

(میرزایی) (تابع وارون) (آسان)

۲۰- گزینه «۴» -



$$f(x) = x^2 + 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 1$$

$$f(x) = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{21}{4}$$

بنا به نمودار سهمی رسم شده، گزینه «۴» صحیح است. (میرزایی) تابع - تابع یک‌به‌یک (دشوار)

سوی