

ریاضی ۲

۱- گزینه «۲» -

$$k = 2x(2-x) \text{ م.م.م مخرج ها}$$

$$2x(2-x) \times \left(\frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = \frac{-3}{2} \right) \Rightarrow 2x^2 + 4(2-x) = -3x(2-x) \Rightarrow 2x^2 + 8 - 4x = -6x + 3x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق ق} \\ x=-2 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد ریشه ها} = 2$$

(میرزایی) (معادله گویا و گنگ - حل معادله گویا) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$\sqrt{3x+1} = 4 - \sqrt{x+3}$$

به توان ۲ برسانید: $3x+1 = 16 - 8\sqrt{x+3} + x+3$

$$8\sqrt{x+3} = 18 - 2x$$

$$4\sqrt{x+3} = 9 - x \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} 16(x+3) = 81 - 18x + x^2$$

$$x^2 - 18x - 16x + 81 - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 34x + 33 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \\ x=33 \text{ ق ق} \end{cases}$$

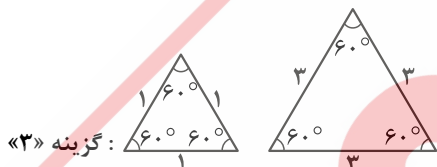
$$a = 1: \frac{a+1}{2a} = \frac{1+1}{2(1)} = 1$$

(میرزایی) (معادله گویا و گنگ - حل معادله گنگ) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - برای گزینه های «۱»، «۲» و «۳» مثال نقض وجود دارد.

اعداد گویا $\in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$: گزینه «۱»

$$\text{اعداد گویا} \in \mathbb{Q} \Rightarrow P = 2\pi r \xrightarrow{r=\frac{1}{\pi}} P = 2\pi \times \frac{1}{\pi} = 2$$



گزینه «۳»:

(کتاب همراه علوی) (هندسه - استدلال و تالیس) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$BH = BH' = x$$

$$AB^2 = BH'^2 + AH'^2$$

$$100 = x^2 + 4x^2 \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$$

$$AH' = AH = 2x = 4\sqrt{5}$$

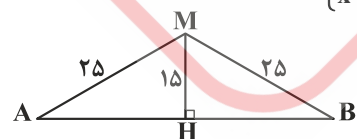
$$\text{محیط} = 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

(کتاب همراه علوی) (هندسه - ترسیم های هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

بنا به خاصیت عمود منصف $MA = MB$

$$x^2 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ق ق} \\ x=5 \end{cases}$$



$$MA^2 = MH^2 + AH^2$$

$$625 = 225 + AH^2$$

$$AH^2 = 400 \Rightarrow AH = 20$$

$$AB = 2AH = 40$$

(میرزایی) (هندسه - استدلال) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

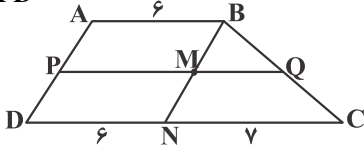
$$(2a+6)(5b+2) = (2a+4)(5b+3) \Rightarrow 10ab + 4a + 20b + 12 = 10ab + 6a + 20b + 12$$

$$-2a = -4b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{10}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = 5$$

(میرزایی) (هندسه - نسبت و تناسب) (آسان)
۷- گزینه «۱» - از B موازی AD رسم نمایید:

$$\frac{AP}{PD} = 2$$



$$\frac{AP}{AP+PD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AP}{AD} = \frac{BM}{BN} = \frac{MQ}{NC} = \frac{2}{3} \Rightarrow MQ = \frac{14}{3}$$

$$PQ = MQ + MP = 6 + \frac{14}{3} = \frac{22}{3}$$

(میرزایی) (هندسه - تالس) (متوسط)

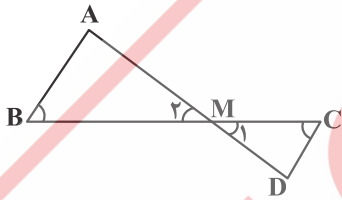
۸- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AFC : BE \parallel CF : \frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC} \\ \Delta ADF : EC \parallel FD : \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{13}{CD} \Rightarrow CD = \frac{65}{8}$$

(میرزایی) (هندسه - قضیه تالس) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ دو زاویه متقابل به رأس} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{به حالت دو زاویه برابر}} \Delta MCD \sim \Delta ABM$$



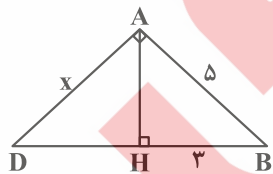
$$\frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{CM} = k$$

$$k = \frac{2}{7} \text{ نسبت تشابه}$$

$$\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta MCD}} = k^2 = \frac{9}{49}$$

(میرزایی) (هندسه - تشابه دو مثلث) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:



$$\text{رابطه طولی } AB^2 = BH \times BD$$

$$25 = 3BD \Rightarrow BD = \frac{25}{3}$$

$$DH = BD - BH$$

$$DH = \frac{25}{3} - 3 \Rightarrow DH = \frac{16}{3}$$

$$\text{رابطه طولی } AD^2 = DH \times BD \Rightarrow x^2 = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

(میرزایی) (هندسه - تشابه دو مثلث) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - اعضای مجموعه A ریشه‌های مخرج می‌باشند، بنابراین:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$3x+5=0 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}$$

$$x^2-4=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$A = \left\{-\frac{5}{3}, -2, -1, 2\right\}$$

مجموعه A، ۴ عضو دارد. (میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$[x]+2=0 \Rightarrow [x]=-2 \Rightarrow -2 \leq x < -1$$

$$D_f = \mathbb{R} - [-2, -1)$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (آسان)

۱۳- گزینه «۳» -

$$\text{الف) } D_f = D_g = \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=1 \\ g(x)=1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=g(x) \text{ دو تابع مساوی هستند.}$$

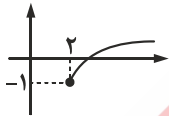
$$\text{ب) } D_f = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty) \neq D_g = [2, +\infty) \text{ پس دو تابع مساوی نیستند.}$$

$$\text{پ) } D_f = D_g = \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} f(x)=|x| \\ g(x)=x \end{cases} \Rightarrow f(x) \neq g(x) \text{ پس دو تابع مساوی نیستند.}$$

(میرزایی) (تابع - دو تابع مساوی) (متوسط)

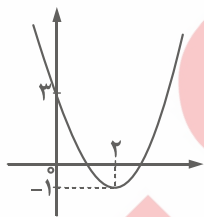
۱۴- گزینه «۱» - نمودار \sqrt{x} را ۲ واحد به راست بنویسید و سپس یک واحد پایین بیاورید.



(میرزایی) (تابع - تابع رادیکالی) (آسان)

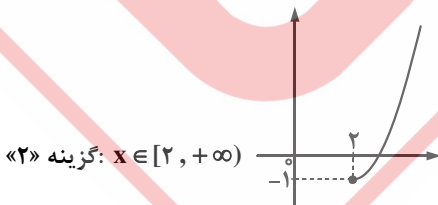
۱۵- گزینه «۲» -

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x-2)^2 - 1$$



با توجه به نمودار $f(x)$ داریم:

تابع در بازه‌ای یک به یک است که اگر خطوطی موازی محور xها رسم نمایید، منحنی تابع یک به یک را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



گزینه «۲»: $x \in [2, +\infty)$

(میرزایی) (تابع - تابع یک به یک) (متوسط)

۱۶- گزینه «۱» -

$$[2x] + 3 + [2x] - 9 = 0$$

$$2[2x] = 6 \Rightarrow [2x] = 3 \Rightarrow 3 \leq 2x < 4 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x < 2 \Rightarrow x \in \left[\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$b - a = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

(میرزایی) تابع - معادله جزء صحیح (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» - یعنی خط d ، وارون تابع خط $3y - 2x = 4$ است:

$$2x = 3y - 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}y - 2$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 2 \Rightarrow -2 = \text{عرض از مبدأ}$$

(سراسری تجربی - ۹۷) تابع - وارون تابع (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$f^{-1} = \{(2, 1), (-2, 3), (1, 4), (-1, 2)\}$$

$$g^{-1} = \{(3, 2), (1, 1), (2, 3)\}$$

$$f^{-1}(-1) = 2$$

$$f^{-1}(1) = 4 \Rightarrow f^{-1}(-1) + f(1) + g^{-1}(2) = 2 + 4 + 3 = 9$$

$$g^{-1}(2) = 3$$

(میرزایی) تابع - تابع وارون (آسان)

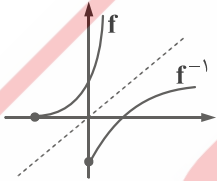
۱۹- گزینه «۳» -

$$\text{نسبت تشابه } k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{4}{9} = k^2$$

$$\text{نسبت ارتفاع ها } \frac{h}{h'} = k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2m+3}{m+7} \Rightarrow 2m+14 = 6m+9 \Rightarrow -4m = -5 \Rightarrow m = \frac{5}{4}$$

(میرزایی) هندسه - تشابه دو مثلث (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - چون نمودار f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگر هستند، پس داریم:



(میرزایی) تابع - وارون تابع (متوسط)