

آمار و احتمال

- ۱- گزینه «۱» - A یک مجموعه تک عضوی و شامل عضو a است. B مجموعه‌ای ۲ عضوی شامل a , $\{a\}$ می‌باشد، پس $A \in B$ و $A \subseteq B$ صحیح است. C دارای ۲ عضو $\{a\}$, $\{a, \{a\}\}$ می‌باشد، پس $B \subseteq C$ ولی $B \in C$ (فیروزی) (فصل اول - درس دوم - زیرمجموعه و عضویت در مجموعه‌ها) (آسان)
- ۲- گزینه «۲» - با توجه به تعریف مجموعه A داریم:

$$m \in \mathbb{Z}, m^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4 \Rightarrow A = \{|m| - 4 \leq m \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $m^2 \leq 4m \Rightarrow m^2 - 4m \leq 0 \Rightarrow 0 \leq m \leq 4 \Rightarrow \{m \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq m \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

گزینه «۲»: $|m| \leq 4m \xrightarrow{\text{توان}^2} m^2 \leq 16m^2 \Rightarrow 3m^2 \geq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{Z}$

گزینه «۴»: $\{0\} \cup \{n \in \mathbb{N} \mid \sum_{n=1}^n 1 \leq 16\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(فیروزی) (فصل اول - درس دوم - تساوی مجموعه‌ها) (دشوار)

۳- گزینه «۴» -

$$(A' \cup B') \cap (A' \cup B) \cup (A \cap B) = A' \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset} \cup (A \cap B) = A' \cup (A \cap B) = \underbrace{(A' \cup A)}_U \cap (A' \cup B) = U \cap (A' \cup B) = A' \cup B$$

(فیروزی) (فصل اول - درس سوم - جبر مجموعه‌ها) (آسان)

۴- گزینه «۳» - طبق فرض داریم:

$$n(A \cap B) = 5 \Rightarrow \begin{cases} n(A - B) = 14 - 5 = 9 \\ n(B - A) = 17 - 5 = 12 \end{cases}$$

از طرفی با توجه به جبر مجموعه‌ها می‌دانیم:

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

پس داریم:

$$n((A \cup B) - (A \cap B)) = n(A - B) + n(B - A) = 9 + 12 = 21$$

(فیروزی) (فصل اول - درس سوم - جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B \\ B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C \end{array} \right\} \Rightarrow A \subseteq B \subseteq C$$

(فیروزی) (فصل اول - درس دوم و سوم - زیرمجموعه و جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - چنانچه A و B و C سه مجموعه غیر تهی باشند، در صورت برقراری تساوی می‌توان نتیجه گرفت $A = B$. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: چنانچه B و A و $C \subseteq B$ باشد، داریم $A \cap C = B \cap C = C$ ، در نتیجه لزوماً A و B برابر نیستند.

گزینه «۳»: چنانچه $B \subseteq C$ و A باشد، نتیجه می‌شود $A \cup C = B \cup C = C$ ، بنابراین A و B لزوماً برابر نمی‌باشند.

گزینه «۴»: اگر $B \subseteq C$ و A باشد، در نتیجه $B - C = A - C = \emptyset$ خواهد بود و داریم $A \times (B - C) = (A - C) \times B = \emptyset$ لذا A و B لزوماً

برابر نخواهند بود. (سراسری خارج از کشور - ۸۷) (فصل اول - درس دوم و سوم - جبر مجموعه‌ها وجه دکارتی) (دشوار)

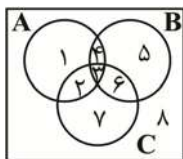
۷- گزینه «۴» - A مجموعه اعداد دو رقمی بوده و اعضای مجموعه B ، ۷ برابر اعضای A هستند. لذا می‌توان نوشت:

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 99\}, B = \{70, 77, 84, 91, 98, 105, \dots, 7 \times 99\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{70, 77, 84, 91, 98\}$$

مجموعه $(A \cap B)$ دارای ۵ عضو است. (گروه مؤلفان علوی) (فصل اول - درس دوم - جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

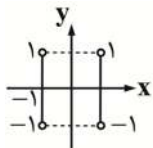


$$C - B = \{2, 3, 6, 7\} - \{4, 3, 5, 6\} = \{2, 7\}$$

$$A \cap (C - B) = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 7\} = \{2\}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس سوم - جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -



$$B \times A = \{(x, y) \mid x \in B, y \in A\} = \{x \in \{-1, 1\}, y \in (-1, 1)\}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل اول - درس سوم - ضرب دکارتی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$A \times B \subseteq B \times A \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A = B \Rightarrow A \cap B = A = B \Rightarrow (A \cap B)^2 = A^2$$

(فیروزی) (فصل اول - درس سوم - ضرب دکارتی) (متوسط)