

۱- گزینه «۳» -

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(4) + 4(3) + 1|}{\sqrt{9 + 16}} = 5$$

(ولیعهدی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط)

۲- گزینه «۲» -

$$AB = \sqrt{(\sqrt{11} - 0)^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow \text{مساحت} = 6^2 = 36$$

(ولیعهدی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه از یکدیگر)

۳- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{matrix} (1, 2) \\ (1, 2m) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$\left. \begin{matrix} (2, 5) \\ (2, 1+n) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1+n = 5 \Rightarrow n = 4$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با توابع - دامنه توابع)

۴- گزینه «۱» -

$$x \rightarrow \frac{y}{2x-2} \rightarrow \frac{y}{\sqrt{y}+1} \Rightarrow \text{خروجی}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{y}{\sqrt{y}+1} \Rightarrow y = 4$$

$$4 = 2x - 2 \Rightarrow x = 3$$

(سراسری ریاضی ۸۶) (تابع به عنوان ماشین)

۵- گزینه «۲» - با توجه به این که صورت و مخرج هر دو گویا هستند، منظور سوال دامنه تعریف تابع است که برابر است با $\mathbb{R} - \{-2\}$

(ولیعهدی) (دامنه توابع)

۶- گزینه «۲» -

$$D: [0, 2]$$

$$\Rightarrow 0 \leq 3 - x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با توابع - دامنه توابع)

۷- گزینه «۳» -

$$y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \Rightarrow (x+1)^2 \geq 0 \Rightarrow (x+1)^2 + 2 \geq 2$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با توابع - برد توابع)

۸- گزینه «۱» -

$$\left\lfloor \frac{1}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2}{3} \right\rfloor = 0 + 0 = 0$$

(ولیعهدی) (توابع پله‌ای - جزء صحیح)

۹- گزینه «۴» -

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \leq x \leq 3$$

$$[x] = \begin{cases} 2 & 2 \leq x < 3 \\ 3 & x = 3 \end{cases}$$

(ولیعهدی) (توابع پله‌ای - جزء صحیح)

۱۰- گزینه «۲» -

$$[x] - 2 \neq 0 \Rightarrow [x] \neq 2 \Rightarrow x \neq [2, 3)$$

(ولیعهدی) (توابع پله‌ای - جزء صحیح و دامنه توابع)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\text{تابع بودن} \begin{cases} (3, 2) \\ (3, a^2 - a) \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{یک به یک بودن} \begin{cases} (3, 2) \\ (b, 2) \end{cases} \Rightarrow b = 3$$

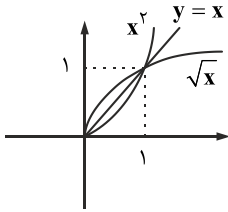
(سراسری خارج از کشور ریاضی ۸۶) (انواع توابع - توابع یک به یک)

۱۲- گزینه «۳» - تنها گزینه‌ای که هر مقدار از برد تنها نظیر یک x شده است گزینه «۳» می‌باشد. (ولیعهدی) (انواع توابع - توابع یک‌به‌یک)

۱۳- گزینه «۲» - چون نقطه $(4, 66)$ در تابع $y = x^3 + \sqrt{x}$ صدق می‌کند، بنابراین نقطه $(4, 66)$ عضوی از معکوس آن است.

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹) (وارون تابع)

۱۴- گزینه «۳» - قرینه نسبت به $y = x$ به شکل $y = \sqrt{x}$ است.



(ولیعهدی) (وارون تابع)

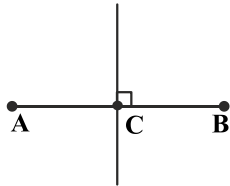
۱۵- گزینه «۳» - دامنه تابع معکوس، برابر با برد تابع مورد نظر است.

$$f(x) = (x+1)^2 + 3$$

برد تابع و دامنه تابع معکوس برابر با $[3, +\infty)$ است. $(x+1)^2 \geq 0 \Rightarrow (x+1)^2 + 3 \geq 3$

(ولیعهدی) (وارون تابع)

۱۶- گزینه «۲» - عمود منصف از نقطه وسط A و B یعنی C می‌گذرد و شیب آن برابر با معکوس و قرینه شیب خط AB است.



$$m_{AB} = \frac{4-2}{3-1} = 1 \Rightarrow m_{\text{عمود منصف}} = -1$$

$$C = \frac{A+B}{2} = (2, 2) \Rightarrow \text{خط معادله } y-2 = -(x-2) \Rightarrow y+x=4$$

(ولیعهدی) (آشنایی با هندسه تحلیلی و مختصات نقطه وسط یک پاره‌خط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\text{فاصله از مبدأ} = \sqrt{(a-0)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{50} \Rightarrow a=1$$

(ولیعهدی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه از یکدیگر)

۱۸- گزینه «۱» - برای پیدا کردن $f^{-1}(\sin x)$ باید x را که به ازای آن $f(x) = \sin x$ می‌شود بیابیم.

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \sin x$$

$$\frac{\sin x}{|\cos x| \sqrt{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{\sin x}{|\cos x| \frac{1}{|\cos x|}} = \sin x \Rightarrow \frac{\sin x}{|\cos x|} \Rightarrow \text{جواب مسئله است}$$

(سراسری ریاضی - ۹۰) (وارون تابع)

۱۹- گزینه «۱» - در گزینه‌های دیگر توابع قدر مطلق و درجه دوم وجود دارند که یک‌به‌یک نیستند. (ولیعهدی) (انواع تابع - تابع یک‌به‌یک)

۲۰- گزینه «۲» -

$$\text{تابع بودن} \begin{cases} (1, m^2) \\ (1, 1) \end{cases} \Rightarrow m^2 = 1 \quad (I)$$

اگر $m = -1$ باشد شرط تابع بودن نقض می‌شود بنابراین $m = 1$ و برد دارای دو عضو است.

$$f = \{(1, 1), (-1, 3)\}$$

(ولیعهدی) (آشنایی بیشتر با توابع - دامنه توابع)