

۱- گزینه «۲» - با داشتن نقاط A و B پاره خط AB را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\overline{AB} = B - A = (5, 4) - (n+3, 2) = (2-n, 2)$$

حال طول پاره خط AB را به وسیله فرمول زیر به دست می آوریم و برابر ۳ قرار می دهیم:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(2-n)^2 + (2)^2} = 3 \Rightarrow (2-n)^2 + 2^2 = 9 \Rightarrow n^2 - 4n - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 4 = 20 \Rightarrow n = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2}$$

حاصل جمع حالت های ممکن برای n برابر است با ۴. (رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله بین دو خط)

۲- گزینه «۳» - با بررسی گزینه های «۱» و «۲» متوجه خواهیم شد که شیب خط $y - x + 2 = 0$ برابر یک خواهد بود. اما معادله ضلع مربع مورد نظر دارای شیبی برابر ۲ است $\Rightarrow$ گزینه «۱» و «۲» رد خواهند شد. در گزینه «۳» و «۴»، خط داده شده موازی با ضلع مربع است و می توانیم با استفاده از فرمول فاصله بین دو خط موازی طول ضلع مربع را به دست آوریم:

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|12 - (-5)|}{\sqrt{(4)^2 + (1)^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}}$$

$$S_{\text{مربع}} = \frac{17}{\sqrt{17}} \times \frac{17}{\sqrt{17}} = \frac{289}{17}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله بین دو خط)

۳- گزینه «۱» - می دانیم که در یک متوازی الاضلاع قطر ها نصف یکدیگرند. در نتیجه نقاط وسط پاره خط قطر های AC و BD دارای مختصات یکسانی هستند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{نقطه وسط BD: } \left(\frac{2k+2}{2}, \frac{n+5}{2} \right) \\ \text{نقطه وسط AC: } \left(\frac{5}{2}, \frac{-n}{2} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2k+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2k+2=5 \Rightarrow k = \frac{3}{2} \\ \frac{n+5}{2} = \frac{-n}{2} \Rightarrow 2n = -5 \Rightarrow n = \frac{-5}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{k}{n} = \frac{-3}{5}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - نقطه وسط یک پاره خط)

۴- گزینه «۱» - نقطه وسط پاره خط CD برابر است با:

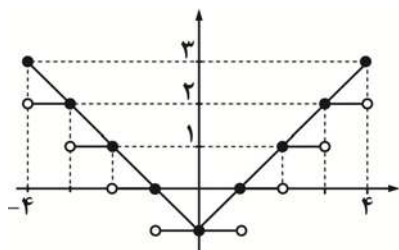
$$\left(\frac{-m+7}{2}, \frac{2m+2}{2} \right)$$

حال این نقطه را در معادله داده شده قرار می دهیم:

$$\frac{2m+2}{2} = 2\left(\frac{-m+7}{2}\right) + 2 \Rightarrow m = 4$$

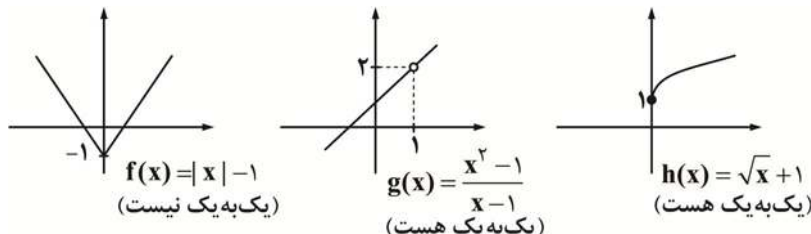
(رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - نقطه وسط یک پاره خط)

۵- گزینه «۴» - ابتدا تابع $f(x) = |x| - 1$ را رسم می کنیم و سپس از آن جزء صحیح می گیریم. با توجه به شکل می توان دریافت که تابع ذکر شده متشکل از ۹ نقطه و ۸ پاره خط تشکیل شده است.



(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - انواع تابع (جزء صحیح))

۶- گزینه «۳» -

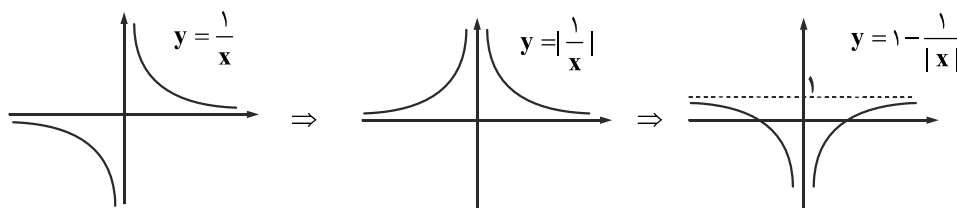


(رستمی کیا) (فصل اول - درس سوم - توابع یک به یک)

۷- گزینه «۲» - ابتدا جای x و y را عوض می کنیم و سپس با انجام تعدادی عملیات y را تنها می کنیم:

$$x = y^2 - 3y^2 + 3y + 2 \xrightarrow[\text{اضافه و کم می کنیم}]{\text{به تابع داده شده یک واحد}} x = y^2 - 3y^2 + 3y - 1 + 3 + 1 \Rightarrow x = (y-1)^2 + 4 \Rightarrow x - 4 = (y-1)^2 \Rightarrow y = \sqrt{x-4} + 1$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - وارون تابع)



(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - تابع گویا)

۹- گزینه «۴» -

$$\sqrt{x} - 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

$$f(2) = \frac{18-2}{45-13} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - تابع به عنوان یک ماشین)

۱۰- گزینه «۳» - برای تساوی دو تابع ابتدا دامنه آن دو باید برابر باشد و سپس ضابطه آن‌ها در نتیجه با این توصیفات تنها گزینه «۳» درست است.

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - تساوی دو تابع)

۱۱- گزینه «۴» - تابع خواسته شده را ساده می‌کنیم:

$$y = (f(\sqrt{x}))^2 - f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 - x^2 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow y = \frac{2}{x^2} - 2$$

(سراسری ۹۱ - با تغییر) (فصل دوم - درس دوم - انواع تابع)

۱۲- گزینه «۴» - برای تساوی دو تابع ابتدا باید دامنه برابری داشته باشند در نتیجه عدد ۲ باید ریشه مضاعف $x^2 + cx + d$ باشد:

$$c = -4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 \Rightarrow (x-2)^2$$

$$d = 4$$

حال باید ضابطه برابر داشته باشند. در این صورت عبارت $ax + b$ باید برابر $(x-2)$ شود:

$$a = 1 \Rightarrow \frac{b}{d} - \frac{a}{c} = \frac{-2}{4} - \left(\frac{1}{-4}\right) = \frac{-2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$b = -2$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - تساوی دو تابع)

۱۳- گزینه «۱» - صورت سؤال از ما می‌خواهد عضوهای تابع f را طوری بیابیم که یک تابع یک‌به‌یک باشد. برای یک‌به‌یک بودن این تابع دو زوجمرتب $(k, 1)$ و $(2, 1)$ باید برابر هم باشند $k = 2$

$$f = \{(4, 4)(2, 1)(2, 1)(4, m)\}$$

حال برای این که f یک تابع باشد m باید برابر چهار شود. (رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - توابع یک‌به‌یک)۱۴- گزینه «۳» - ابتدا دقت کنید که $2x - 3 - [2x] = 2x - 3 - [2x] + 3 = 2x - [2x]$ پس:

$$g(x) = f(2x-3) - 2f(x) = 2x - [2x] - 2x + 2[x] = 2[x] - [2x]$$

حال فرض می‌کنیم k عدد صحیح دلخواهی باشد. در این صورت اگر $k + \frac{1}{4} < x < k + 1$ ، آن‌گاه $[x] = k$ و $[2x] = 2k$ $2k \leq 2x < 2k + 1 \Rightarrow [2x] = 2k$

بنابراین:

$$g(x) = 2k - 2k = 0$$

اگر $k + \frac{1}{4} \leq x < k + 1$ ، آن‌گاه $[x] = k$ و $[2x] = 2k + 1$ $2k + 1 \leq 2x < 2k + 2 \Rightarrow [2x] = 2k + 1$ بنابراین:

$$g(x) = 2k - 2k - 1 = -1$$

در نتیجه:

$$R_g = \{-1, 0\}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - انواع تابع (جزء صحیح))

۱۵- گزینه «۱» - از نامعادله $x^2 + x < 0$ نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ پس به ازای $-1 < x < 0$ داریم:

$$\begin{cases} -1 < x < 0 & [x] = -1 \\ 0 < x^2 < 1 & [x^2] = 0 \end{cases} \Rightarrow ([x])([x^2] + [x^3]) = (-1)(0 - 1) = 1$$

$$\begin{cases} -1 < x^3 < 0 & [x^3] = -1 \end{cases}$$

(سراسری ۸۸ - با تغییر) (فصل دوم - درس دوم - انواع تابع (جزء صحیح))

۱۶- گزینه «۳» - در مورد تقاطع f^{-1} و $y = x$ سؤال شده است، کافی است خود f را با $y = x$ تلاقی دهیم:

$$\frac{2x-1}{x-2} = x \Rightarrow x^2 - 2x = 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 > 0 \Rightarrow \text{دو ریشه دارد}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس سوم - وارون تابع)

۱۷- گزینه «۳» - با توجه به خروجی داریم:

$$\frac{\sqrt{x}}{x-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow x=4 \Rightarrow 3x-2=4 \Rightarrow x=2$$

(سراسری ۸۶ - با تغییر) (فصل دوم - درس اول - تابع به عنوان یک ماشین)

۱۸- گزینه «۴» - تابع $\sqrt{x}$ یک واحد به سمت چپ و یک واحد به بالا منتقل شده است. در نتیجه:

$$\begin{cases} b=1 \\ c=1 \end{cases}$$

با توجه به شکل داریم $a=3 \Rightarrow a+1+\sqrt{3+1}=a \Rightarrow f(3)=a$ (رستمی کیا) (فصل دوم - درس دوم - انواع تابع (رادیکالی))

۱۹- گزینه «۲» -

$$f(1)=2 \Rightarrow g(f(1))=g(2)=4$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس اول - آشنایی با تابع)

۲۰- گزینه «۴» -

$$\begin{aligned} AB=BC=4 &\Rightarrow AB^2+BC^2=AC^2 \Rightarrow \text{قائم الزاویه است} \\ AC=4\sqrt{2} &\Rightarrow AB=BC \Rightarrow \text{متساوی الساقین است} \end{aligned}$$

(رستمی کیا) (فصل اول - درس پنجم - فاصله دو نقطه)