

حسابان ۱

۱- گزینه «۳» -

$$AB = \sqrt{(2-2)^2 + (3-5)^2} = 2$$

$$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-5)^2} = 3$$

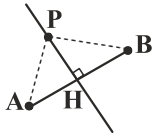
$$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow 13 = 9 + 4$$

مثلث قائم‌الزاویه

(کتاب همراه علوی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - نقطه P روی عمودمنصف AB قرار دارد.



$$P(x, y)$$

$$PA = PB$$

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16$$

$$5x + 3y = 10$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه دو صفحه) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$L: 5x - 12y + 2 = 0$$

$$O(-2, -1)$$

فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع است.

$$r = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow r = \frac{|\Delta(-2) - 12(-1) + 2|}{\sqrt{\Delta^2 + (-12)^2}} = \frac{4}{13}$$

$$S = \pi r^2 = \frac{16\pi}{169}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - روش اول:

$$BC \text{ شیب ضلع } m_{BC} = \frac{-3-0}{0-4} = \frac{3}{4}$$

$$BC \text{ معادله خط ضلع } y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4) \Rightarrow 4y - 3x + 12 = 0$$

$$AH = \frac{|4(\frac{1}{2}) - 3(8) + 12|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

فاصله رأس A از ضلع BC (ارتفاع AH)

$$BC \text{ طول ضلع } = \sqrt{(4-0)^2 + (0+3)^2} = 5$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{2 \times 5}{2} = 5$$

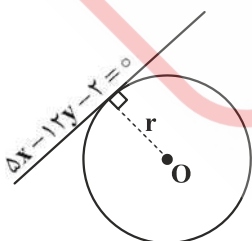
روش دوم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |x_A \cdot (y_B - y_C) + x_B \cdot (y_C - y_A) + x_C \cdot (y_A - y_B)| \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |8(0+3) + 4(-3-\frac{1}{2}) + 0(\frac{1}{2}-0)|$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |24 - 14| = 5$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - مساحت مثلث) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -



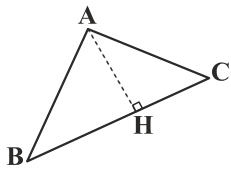
$$\text{شعاع } r = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$r = \frac{|\Delta - 12(-2) - 2|}{\sqrt{\Delta^2 + 144}} = \frac{9}{13}$$

$$P = 2\pi r = \frac{18\pi}{13}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (آسان)

۶- گزینه «۴» -



$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 3}{2 - 7}$$

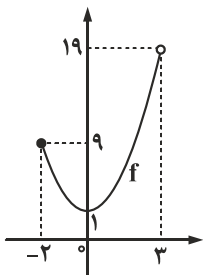
$$m_{BC} = \frac{-5}{-5} = 1 \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y + 2 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 4 \Rightarrow y - x + 4 = 0$$

$$\text{فاصله نقطه A از خط } AH = BC = \frac{|5 - 1 + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \Rightarrow AH = 4\sqrt{2}$$

(سراسری تجربی - ۹۹) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - بنا به نمودار $f(x)$ ، برد آن برابر است با:



$$R_f = [1, 19]$$

B مجموعه هم‌دامنه که $R_f \subseteq B$ می‌باشد. (میرزایی) (تابع - مشخصات تابع) (آسان)

۸- گزینه «۳» - برای آن که $f(x)$ تابعی گویا شود، باید $\sqrt[3]{x}$ از تابع حذف شود، پس $m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$ ، پس خواهیم داشت:

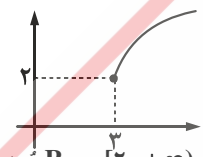
$$f(x) = \frac{x + 2}{2x^2 + x - 3}$$

$$2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}, 1\}$$

$$2a + b = 2(-\frac{3}{2}) + 1 = -2$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -



$$f(x-3) = \sqrt{x-3} \text{ : واحد به راست}$$

$$y = \sqrt{x-3} + 2 \text{ : واحد به بالا ببرید}$$

$$D_f = [3, +\infty)$$

$$\text{برد } R_f = [2, +\infty)$$

$$D_f \cap R_f = [3, +\infty)$$

(میرزایی) (تابع - دامنه و برد تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

گزینه «۲»:

ولی شرط دوم را ندارد. به‌ازای $x = -2$:

گزینه «۳»:

گزینه «۴»:

$$D_g = \mathbb{R}, D_f \mathbb{R} - \{0\} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}, \begin{cases} f(x) = |x| \\ g(x) = x \end{cases}$$

$$f(-2) \neq g(-2)$$

مثال نقض: $2 \neq -2$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f = D_g$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 3} = 1$$

پس دو تابع مساوی‌اند. $f(x) = g(x) = 1$

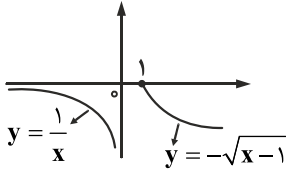
$$D_g = [2, +\infty)$$

$$x(x-2) \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

$$D_f \neq D_g$$

(میرزایی) (تابع - دو تابع مساوی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - بنا به ضابطه تابع $f(x)$ ، گزینه «۴» صحیح است.



(میرزایی) (تابع - رسم نمودار) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$[x] + 4 + [x] - 7 = 9$$

$$2[x] - 3 = 9 \Rightarrow 2[x] = 12 \Rightarrow [x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \Rightarrow x \in [6, 7)$$

$$b + a = 7 + 6 = 13$$

(میرزایی) (تابع - معادله جزء صحیح) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$a^b - a = 2 \Rightarrow a^b - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases} \quad b = 3$$

$a = -1$: $f = \{(3, 2), (-1, 5), (-1, 4)\}$ تابع نیست (غقق).

$a = 2$: $f = \{(3, 2), (2, 5), (-1, 4)\}$ تابع یک به یک (قق)

$$(a, b) = (2, 3)$$

(سراسری ریاضی) (تابع - تابع یک به یک) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

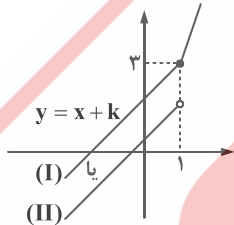
$$f^{-1}(30) = ? \Rightarrow f(x) = 30$$

$$x + \sqrt{x} = 30 \Rightarrow x = 25$$

$$f^{-1}(30) = 25$$

(میرزایی) (تابع - تابع وارون) (آسان)

۱۵- گزینه «۳» -



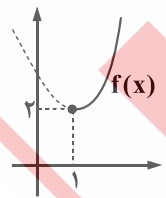
$$x = 1: y = x + k \leq 3$$

$$1 + k \leq 3$$

$$k \leq 2$$

(میرزایی) (تابع - تابع یک به یک) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -



$$y = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2$$

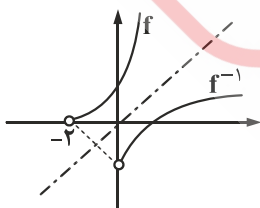
$$(x-1)^2 = y-2 \Rightarrow |x-1| = \sqrt{y-2}$$

$$\xrightarrow{x \in [1, +\infty)} x-1 = \sqrt{y-2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{y-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$$

$$f \text{ برد } \mathbb{R}_f = [2, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

(میرزایی) (تابع - تابع وارون) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -



$$x^2 + 4x + 4 = x$$

$$x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$\Delta = 9 - 16 = -7 < 0 \text{ (بدون ریشه غیرمتقاطع)}$$

(میرزایی) (تابع - تابع وارون) (متوسط)

$$(x+2) \cdot f(x) \geq 0$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$x+2$	-	o	+	+
$f(x)$	+	o	-	+
$(x+2) \cdot f(x)$	-	o	-	+

$$D_f = [2, +\infty) \cup \{-2\}$$

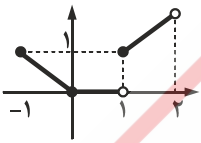
$$\sqrt{2-x^2} : 2-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 2 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{2}$$

$$x - \sqrt{2-x^2} \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 2-x^2$$

$$2x^2 \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow D = [1, \sqrt{2}]$$

$$a + \sqrt{2}b = 1 + \sqrt{2}(\sqrt{2}) = 3$$



$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 : f(x) = -x & \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 : f(x) = 0 & \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 : f(x) = x & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{cases}$$

(میرزایی) تابع - نمودار تابع جزء صحیح (متوسط)

(میرزایی) تابع - دامنه تابع (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\text{رابطه (I): } -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

رابطه (II): $x \geq 1$: نباید $x < 0$ باشد.

(کتاب همراه علوی) تابع - دامنه تابع (دشوار)

۲۰- گزینه «۳» -