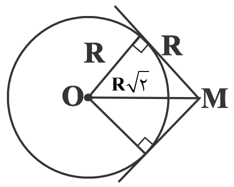
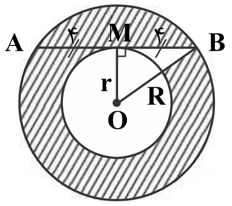
۱- گزینه «۱» ـ باتوجه به این‌که فاصله نقطه M از مرکز دایره برابر $R\sqrt{۲}$ است، داریم:



$$\left.\begin{array}{l} OM = R\sqrt{۲} \\ R = ۱۲\sqrt{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow OM = ۱۲\sqrt{۲}\times\sqrt{۲} = ۲۴$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ مماس بر دایره)

۲- گزینه «۳» ـ



$$S_{\text{رنگـــی}} = S_{\text{دایره بـــزرگ}} - S_{\text{دایره کوچـــک}} = \pi R^{۲} - \pi r^{۲} = \pi\,(R^{۲} - r^{۲})$$

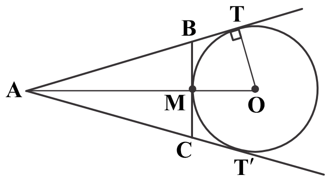
$$M\overset{\Delta}{O}B : \hat{M} = ۹۰^\circ \Rightarrow BO^{۲} = MB^{۲} + MO^{۲}$$

$$\Rightarrow R^{۲} = ۴^{۲} + r^{۲} \Rightarrow R^{۲} - r^{۲} = ۴^{۲}$$

$$\Rightarrow S_{\text{رنگـــی}} = ۱۶\pi$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۳- گزینه «۳» ـ



$$AT^{۲} = AO^{۲} - R^{۲} = ۲۲۵ - ۸۱ = ۱۴۴ \Rightarrow AT = ۱۲ = AT'$$

$$\text{می دانیـــم}: \begin{cases} BT = BM \\ CT' = CM \end{cases}$$

$$\text{محیط} = AB + AC + BC = AB + AC + (BM + MC)$$

$$= AB + AC + BT + CT' = AT + AT' = ۱۲ + ۱۲ = ۲۴$$

(رکوعی) (فصل اول ـ دایره ـ مماس بر دایره)

۴- گزینه «۱» ـ

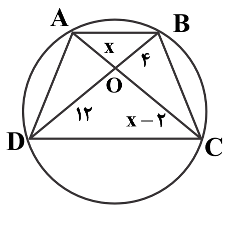
$$\text{مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع } a = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع} = \frac{۱}{۳}h = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a$$

$$S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲} \Rightarrow ۴\sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲} \Rightarrow a = ۴ \Rightarrow r = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a = \frac{۴\sqrt{۳}}{۶} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ مثلث محیطی)

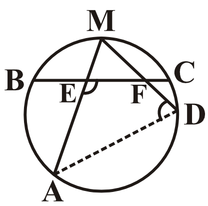
۵- گزینه «۳» ـ چون چهار ضلعی محاطی است، لذا دارای دایره محیطی است، پس طبق روابط طولی خواهیم داشت:



$$x(x-۲) = ۴\times ۱۲ \Rightarrow x = ۸ \Rightarrow AC = ۲x - ۲ = ۱۴$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ چند ضلعی محاطی و روابط طولی در دایره)

۶- گزینه «۴» ـ M وسط $\overset{\frown}{BC}$ است، بنابراین داریم:



$$\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{MC}$$

$$\text{زاویه بین دو وتر}: \hat{E} = \frac{\overset{\frown}{BM} + \overset{\frown}{ADC}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{MC} + \overset{\frown}{CDA}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{MDA}}{۲} \quad (۱)$$

$$\text{زاویه محاطی است.}: \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{ABM}}{۲} \quad (۲)$$

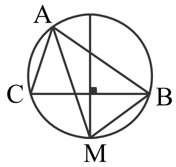
از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\hat{E} + \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{MDA}}{۲} + \frac{\overset{\frown}{ABM}}{۲} = \frac{\text{کل دایـــره}}{۲} = \frac{۳۶۰^\circ}{۲} = ۱۸۰^\circ$$

به‌دلیل مشابه $\hat{A} + \hat{F} = ۱۸۰^\circ$. در نتیجه چهارضلعی AEFD که در آن زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌اند، محاطی است.

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل اول ـ دایره ـ چندضلعی محاطی)

۷- گزینه «۳» ـ دایره محیطی مثلث ABC را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه A ، هر دو ، کمان BC را نصف می‌کنند، می‌توان نتیجه گرفت که نقطه برخورد عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه A (نقطه M) روی دایره محیطی مثلث ABC قـرار دارد، بنابراین داریم:

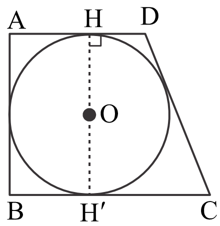


$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}=۱۸۰^\circ-(۵۰^\circ+۶۰^\circ)=۷۰^\circ$$

$$\Rightarrow C\hat{A}M=\frac{\hat{A}}{۲}=۳۵^\circ \xrightarrow{M\hat{B}C=C\hat{A}M=\frac{\overset{\frown}{MC}}{۲}} M\hat{B}C=۳۵^\circ$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ـ ۸۹) (فصل اول ـ دایره ـ مثلث محاطی)

۸- گزینه «۲» ـ

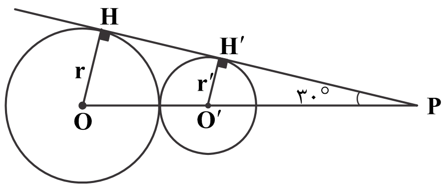


$$AB+CD=AD+BC \xrightarrow[CD=۱۰]{AB=HH'=۸} AD+BC=۱۸$$

$$S_{ABCD}=\frac{(AD+BC)\,AB}{۲}=\frac{۱۸\times ۸}{۲}=۷۲$$

(کتاب همراه علـوی) (فصل اول ـ دایره ـ چهار ضلعی محیطی)

۹- گزینه «۲» ـ از مرکز دو دایره عمود OH و O′H′ را بر مماس مشترک خارجی وارد می‌کنیم. می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابـل بـه زاویه ۳۰°، نصف وتر است. بنابراین داریم:



$$\overset{\Delta}{OHP}: \hat{P}=۳۰^\circ \Rightarrow OH=\frac{OP}{۲} \xrightarrow{OH=r=۳۰} OP=۲OH=۶۰ \quad (۱)$$

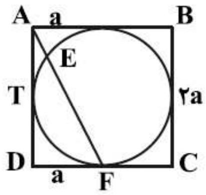
$$\overset{\Delta}{O'H'P}: \hat{P}=۳۰^\circ \Rightarrow O'H'=\frac{O'P}{۲} \xrightarrow{O'H'=r'=۷/۵} O'P=۲O'H'=۱۵ \quad (۲)$$

حال با توجه به روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$OO'=OP-O'P=۶۰-۱۵=۴۵$$

(فیروزی) (فصل اول ـ دایره ـ اوضاع نسبی دو دایره)

۱۰- گزینه «۱» ـ اگر ضلع مربع را ۲a در نظر بگیریم، داریم:



$$\overset{\Delta}{ADF}: AF=\sqrt{۴a^۲+a^۲}=a\sqrt{۵}$$

حال طبق رابطه طولی برای مماس AT و قاطع AEF داریم:

$$AT^۲=AE\times AF \Rightarrow a^۲=۱\times a\sqrt{۵} \Rightarrow a=\sqrt{۵} \Rightarrow AB=۲a=۲\sqrt{۵}$$

$$S=AB^۲=(۲\sqrt{۵})^۲=۲۰$$

(صیرفی) (فصل اول ـ دایره ـ روابط طولی در دایره)