

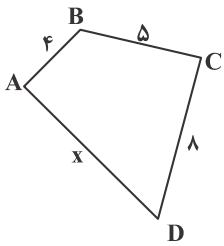
۱- گزینه «۱» -

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r_a} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s-a} = \frac{p}{s} + \frac{p-a}{s} = \frac{2p-a}{s} = \frac{a+b+c-a}{s} = \frac{b+c}{s} = \frac{\frac{2s}{h_b} + \frac{2s}{h_c}}{s} = \frac{2s(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c})}{s}$$

$$= 2(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}) = 2(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1/5$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - رابطه بین شعاع‌های دایره‌های محاطی داخلی و خارجی و ارتفاع‌های مثلث) (متوسط)

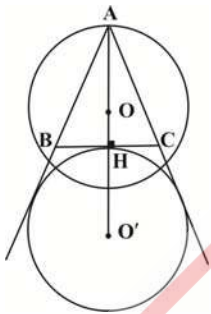
۲- گزینه «۴» - چهارضلعی که نیمسازهایش هم‌رسانند محیطی است و در هر چهار ضلعی محیطی مجموع اضلاع مقابل برابر است. بنابراین داریم:



$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow 4 + 8 = 5 + x \Rightarrow x = 7$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - ویژگی چهارضلعی محیطی) (آسان)

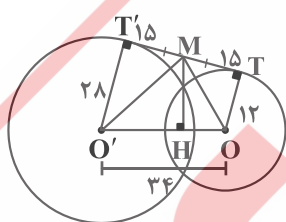
۳- گزینه «۲» -



$$\frac{OA}{O'H} = \frac{\frac{2}{3}h}{h} = \frac{2}{3}$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - دایره محاطی داخلی و خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -



$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{34^2 - (34 - 12)^2}$$

$$= \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{(34 - 16)(34 + 16)} = \sqrt{18 \times 50} = 30$$

$$MT = MT' = \frac{TT'}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$S_{TOO'T'} = S_{\triangle TOM} + S_{\triangle MOO'} + S_{\triangle MO'T'}$$

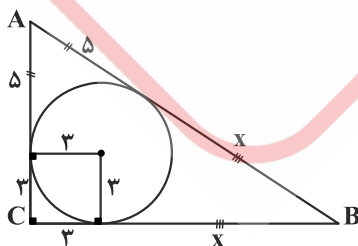
$$\frac{1}{2} TT' (OT + O'T') = \frac{1}{2} OT \times TM + \frac{1}{2} MH \times OO' + \frac{1}{2} MT' \times O'T'$$

$$\frac{1}{2} \times 30 \times (12 + 34) = \frac{1}{2} \times 12 \times 15 + \frac{1}{2} \times MH \times 34 + \frac{1}{2} \times 15 \times 28$$

$$1200 = 180 + 34MH + 420 \Rightarrow MH = \frac{600}{34} = \frac{300}{17}$$

(علوی) (روابط طولی در دایره - طول مماس مشترک خارجی) (دشوار)

۵- گزینه «۲» -



$$(\Delta + x)^2 = 8^2 + (3 + x)^2$$

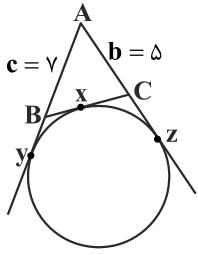
$$25 + 10x + x^2 = 64 + 9 + 6x + x^2$$

$$4x = 48 \Rightarrow x = 12$$

$$BC = 15, AB = 17$$

$$\text{محیط} = 8 + 15 + 17 = 40$$

(کتاب همراه علوی یا تغییر) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - دایره محاطی داخلی مثلث) (متوسط)



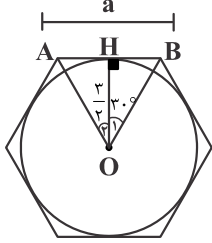
$$P = \frac{\gamma + \delta + y}{2} = 8$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{P - c}{P - b} = \frac{8 - \gamma}{8 - \delta} = \frac{1}{2}$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - طول قطعات) (آسان)

۷- گزینه «۱» - طول شش ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع $R = \frac{3}{2}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a = 2R \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 2 \times \frac{3}{2} \times \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$



$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 3 = 4.5\sqrt{3}$$

مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با:

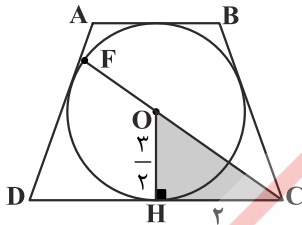
(کنکور با تغییر) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - شش ضلعی منتظم) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - در دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی، قطر دایره محیطی واسطه هندسی دو قاعده است، پس:

$$AB \times DC = (2R)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} \times 4 = 4R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow R = \frac{3}{2}$$

$$HC = DH = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$\triangle HOC : OC^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{9}{4} + 4 = \frac{9 + 16}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow OC = \frac{5}{2}$$



$$\text{فاصله دورترین نقطه دایره تا یک رأس قاعده بزرگ} = CF = OC + OF = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

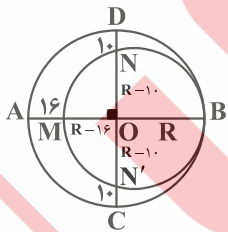
(کنکور با تغییر) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی - دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی) (دشوار)

۹- گزینه «۳» - اگر اندازه شعاع دایره بزرگ‌تر، اندازه شعاع دایره کوچک‌تر را به ترتیب برابر R و R' فرض کنیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{طول مماس مشترک خارجی} &= 3\sqrt{7} = \sqrt{8^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 63 = 64 - (R - R')^2 \\ \text{طول مماس مشترک داخلی} &= \sqrt{15} = \sqrt{8^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 15 = 64 - (R + R')^2 \\ R - R' &= 1 \\ R + R' &= 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = 4, R' = 3$$

(علوی) (روابط طولی در دایره - طول مماس مشترک داخلی و خارجی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -



$$\left. \begin{aligned} OD = OC \\ OM \perp NN' \Rightarrow ON = ON' \end{aligned} \right\} \Rightarrow OD - ON = OC - ON' \Rightarrow DN = CN' = 10$$

اگر شعاع دایره بزرگ‌تر را برابر R فرض کنیم، داریم:

$$ON = ON' = R - 10, OM = R - 16$$

رابطه طولی را در دایره کوچک‌تر می‌نویسیم:

$$(R - 16) \times R = (R - 10)(R - 10) \Rightarrow R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \Rightarrow 4R = 100 \Rightarrow R = 25$$

$$\text{قطر دایره کوچک‌تر} MB = R - 16 + R = 2R - 16 = 2 \times 25 - 16 = 34$$

$$\text{شعاع دایره کوچک‌تر} = \frac{34}{2} = 17$$

(علوی) (روابط طولی در دایره) (متوسط)