

۱- گزینه «۲» -

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow r = \frac{27}{P} \Rightarrow P = \frac{27}{r} = 9 \Rightarrow \text{مجموع طول اضلاع} = 2P = 2 \times 9 = 18$$

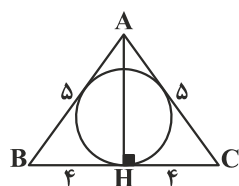
(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{15+12+10}{60} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \frac{60}{37}$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (آسان)

۳- گزینه «۲» -



$$BH = HC = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Delta AHC: AH^2 + HC^2 = AC^2 \Rightarrow AH^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow AH = 3$$

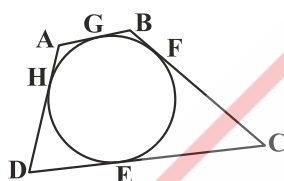
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12$$

$$P_{ABC} = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{5 + 5 + 8}{2} = 9$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -



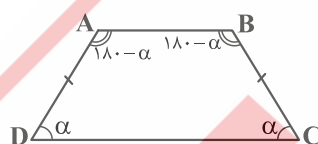
$$CB = BF + CF = 1 + 6 = 7 \xrightarrow{CB=CD} CD = 7 \xrightarrow{CF=CE=6} DE = CD - CE = 7 - 6 = 1$$

$$\Rightarrow DH = DE = 1$$

$$ABCD \text{ محیط} = 2(AD + BC) = 2(AH + DH + BF + CF) = 2(2 + 1 + 1 + 6)$$

$$\Rightarrow ABCD \text{ محیط} = 2(10) = 20$$

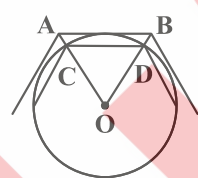
(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (آسان)



۵- گزینه «۳» - چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. چهارضلعی محیطی است، اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل آن، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشند. بنابراین دوزنقه متساوی‌الساقین الزاماً محاطی است و می‌تواند محیطی نیز باشد.

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (آسان)

۶- گزینه «۴» -



$$CD \times AB = 2R \sin\left(\frac{180}{n}\right) \times 2R \tan\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$\Rightarrow CD \times AB = 4R^2 \times \frac{\sin^2\left(\frac{180}{n}\right)}{\cos\left(\frac{180}{n}\right)}$$

$$\xrightarrow{\substack{R=\frac{\sqrt{6}}{2} \\ n=6}} CD \times AB = 4 \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 \times \frac{\sin^2 30^\circ}{\cos 30^\circ} = 4 \times \frac{6}{4} \times \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

(علوی) (چندضلعی‌های محاطی و محیطی) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - اگر ضلع مثلث را پیدا کنیم، آن گاه از رابطه (۱) $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ، مساحت مثلث به دست می آید:

$$\pi R^2 = 4\pi\sqrt{3} \Rightarrow R^2 = 4\sqrt{3} \quad (2)$$

حال اگر h ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع باشد:

$$OA = R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a \Rightarrow R^2 = \frac{a^2}{3} \quad (3)$$

از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می شود:

$$4\sqrt{3} = \frac{a^2}{3} \Rightarrow a^2 = 12\sqrt{3} \xrightarrow{(1)} S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(12\sqrt{3})(\sqrt{3})}{4} = 9$$

(کتاب همراه علوی) (چندضلعی های محاطی و محیطی) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - راه حل اول: می دانیم مماس های رسم شده از هر نقطه بر دایره با هم برابرند. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x+y=8 \\ x+z=9 \\ y+z=13 \end{array} \right\} \Rightarrow 2(x+y+z)=30 \Rightarrow x+y+z=15$$

بنابراین $x=2$ ، $y=6$ و $z=7$ می باشد، در نتیجه:

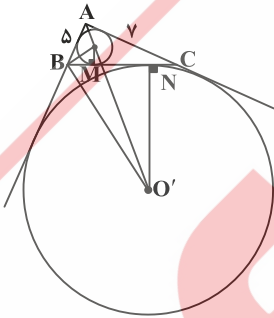
$$\frac{x}{y} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

راه حل دوم:

$$\frac{x}{y} = \frac{P-13}{P-9} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(کتاب همراه علوی) (چندضلعی های محاطی و محیطی) (متوسط)

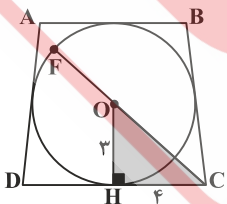
۹- گزینه «۳» - محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه A و نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه B (نقاط O و O') به ترتیب مرکز دایره محاطی داخلی و محاطی خارجی نظیر رأس A هستند. همچنین اندازه تصویر قائم OO' بر روی ضلع BC برابر MN است.



$$\begin{aligned} MN &= BN - BM \\ &= (P-c) - (P-b) = b-c = 7-5 = 2 \end{aligned}$$

(کنکور ریاضی - ۹۸) (چندضلعی های محاطی و محیطی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» -



$$AB \cdot DC = (2R)^2 \Rightarrow \frac{9}{2} \times 8 = 4R^2 \Rightarrow R = 3$$

$$HC = DH = \frac{DC}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\triangle HOC: OC^2 = OH^2 + HC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow OC = 5$$

فاصله دورترین نقطه دایره تا یک رأس قاعده بزرگ $CF = OC + OF = OC + R = 5 + 3 = 8$

(کنکور ریاضی - ۹۹) (چندضلعی های محاطی و محیطی) (دشوار)