

## ریاضی و آمار ۱

۱- گزینه «۴» - شیب خط گذرنده از دو نقطه  $A = (x_A, y_A)$  و  $B = (x_B, y_B)$  عبارت است از:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \begin{cases} A = (-4, 2) \\ B = (k, \frac{1}{3}) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{\frac{1}{3} - 2}{k + 4} \Rightarrow -\frac{5}{k + 4} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{k + 4} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{کسرها را معکوس می کنیم}} 3(k + 4) = 5$$

$$3k + 12 = 5 \Rightarrow 3k = -7 \Rightarrow k = -\frac{7}{3}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - هر تابع به صورت  $y = f(x)$  که در آن  $y = mx + h$  یک تابع خطی نامیده می شود. چون تابع  $f$  از نقطه  $(-1, -2)$  می گذرد، بنابراین در معادله خط صدق می کند. شیب خط نیز  $m = -3$  می باشد، بنابراین داریم:

$$y = mx + h \Rightarrow -2 = (-3)(-1) + h \Rightarrow h = -5 \Rightarrow y = -3x - 5$$

برای به دست آوردن  $f(-\frac{1}{3})$  در تابع بالا به جای  $x$  عدد  $-\frac{1}{3}$  قرار می دهیم:

$$y = -3(-\frac{1}{3}) - 5 = 1 - 5 = -4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - تابع خطی محور طول ها را در  $2$  قطع می کند، یعنی نقطه  $(2, 0)$  در تابع صدق می کند. همچنین عرض از مبدأ یعنی  $h$  برابر  $-3$  می باشد:

$$y = mx + h \xrightarrow{\substack{(2, 0) \\ h = -3}} 0 = m(2) + (-3) \Rightarrow 2m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - نمودار تابع خطی از دو نقطه  $(-2, 0)$  و  $(0, -4)$  عبور می کند:

$$\text{شیب } m = \frac{-4 - 0}{0 - (-2)} = \frac{-4}{2} = -2$$

عرض از مبدأ، محل تقاطع نمودار خطی با محور  $y$  است، بنابراین عرض از مبدأ برابر  $-4$  می باشد:  $h = -4$

$$(m) + \text{شیب خط } (h) = -2 + (-4) = -6$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - نمودار تابع خطی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  نقطه ای به طول  $x = -\frac{b}{2a}$  رأس سهمی است. خطی که از رأس سهمی به موازات محور

عرض ها رسم می شود، محور تقارن سهمی است.

$$y = -2x^2 - 5x + 7 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{(-5)}{2(-2)} = -\frac{5}{4}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (آسان)

۶- گزینه «۱» - چون دهانه سهمی به طرف بالا است، بنابراین ضریب  $x^2$  باید مثبت باشد، بنابراین گزینه «۲» رد می شود، از طرفی سهمی محور  $y$  را در نقطه ای به عرض مثبت قطع کرده است که به ازای  $x = 0$  باید مقدار آن مثبت باشد که در گزینه «۳» عدد  $-3$  منفی است، بنابراین این گزینه نیز رد می شود. از طرفی طول رأس سهمی نمودار باید منفی باشد که در بین گزینه های «۱» و «۴»، گزینه «۱» دارای طول رأس سهمی منفی می باشد:

$$\text{طول رأس سهمی گزینه «۱» } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(1)} = -2 \checkmark$$

$$\text{طول رأس سهمی گزینه «۴» } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2} = 2 \times$$

بنابراین معادله سهمی  $y = x^2 + 4x + 3$  می باشد. (اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (دشواری)

۷- گزینه «۲» - اگر در معادله سهمی  $y = ax^2 + bx + c$ ،  $a < 0$  باشد، در این حالت سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-\frac{1}{3})} = 9$$

طول رأس سهمی

$x = 9$  را در معادله سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 6x - 7 \xrightarrow{x=9} y = -\frac{1}{3}(9)^2 + 6(9) - 7 \Rightarrow y = 20$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (آسان)

۸- گزینه «۱» - برای به دست آوردن مختصات برخورد دو سهمی را با هم برابر قرار می‌دهیم تا طول نقطه برخورد به دست آید، سپس این مقدار به دست آمده را در یکی از سهمی‌ها جایگذاری می‌کنیم تا عرض نقطه برخورد به دست آید:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 4 \\ y = -x^2 + 5x - 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x + 4 = -x^2 + 5x - 4 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 8 = 0 \xrightarrow{+2} x^2 - 4x + 4 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{اتحاد مربع} \\ \text{دوجمله ای}}} (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$y = -x^2 + 5x - 4 \xrightarrow{x=2} y = -(2)^2 + 5(2) - 4 = -4 + 10 - 4 = 2 \Rightarrow (2, 2) \text{ مختصات برخورد}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - در سهمی داده شده،  $y = 2x^2 + 4x - 1$ ، مختصات رأس سهمی عبارت است از:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(2)} = -1$$

$$y = 2(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -3$$

مختصات رأس سهمی:  $(-1, -3)$

چون طول رأس سهمی برابر  $x = -1$  می‌باشد، بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» حذف می‌شوند. گزینه «۱» نیز حذف می‌شود، زیرا محل تقاطع سهمی با محور  $y$ ها، برابر  $-1$  می‌باشد و عددی منفی است، بنابراین پاسخ صحیح گزینه «۴» می‌باشد.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow P(x) = 100x - (x^2 + 80x + 50) \Rightarrow P(x) = 100x - x^2 - 80x - 50 = -x^2 + 20x - 50$$

تابع سود، درجه دوم و سهمی است، پس ماکزیمم در رأس آن اتفاق می‌افتد.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2(-1)} = \frac{20}{2} = 10$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۴ - نمودار تابع درجه دوم) (دشواری)