

ریاضی ۱

۱- گزینه «۲» - یکی از اعداد را x و دیگری را y می‌گیریم و داریم:

$$\left. \begin{aligned} xy &= 28 \\ x+y &= 11 \Rightarrow y = (11-x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(11-x) = 28 \Rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=4 \end{cases}$$

(رستمی‌کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - وقتی $\Delta < 0$ باشد آن‌گاه معادله جواب حقیقی ندارد، پس:

$$(-m)^2 - 4(2)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0 \Rightarrow m(m+8) < 0$$

	-8	0	
	+	-	+
$m^2 + 8m$			
	+	-	+

$$\Rightarrow -8 < m < 0$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - با توجه به نقطه رأس و نقطه $(0, 4)$ داریم:

$$y = 2x^2 + bx + c \xrightarrow{(0, 4)} 4 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 4$$

$$\text{طول رأس} = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{4} = -2 \Rightarrow -b = -12 \Rightarrow b = 12$$

$$b + c = 16$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس دوم - سهمی) (آسان)

۴- گزینه «۲» - می‌دانیم سهمی متقارن است و طول رأس سهمی در وسط ریشه‌ها قرار دارد.

$$x = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس دوم - سهمی) (آسان)

۵- گزینه «۱» - چون $\frac{5}{3}$ یک ریشه معادله $3x^2 + mx - 20 = 0$ است پس باید در آن صدق کند؛ بنابراین:

$$3\left(\frac{5}{3}\right)^2 + m\left(\frac{5}{3}\right) - 20 = 0 \Rightarrow \frac{25}{3} + \frac{5}{3}m - 20 = 0$$

طرفین رابطه را در ۳ ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها به ۱ تبدیل شوند.

$$25 + 5m - 60 = 0 \Rightarrow 5m = 35 \Rightarrow m = 7$$

حال مقدار 7 را در معادله داده شده به جای m قرار می‌دهیم.

$$3x^2 + 7x - 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm 17}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5}{3} \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

(سراسری) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن) (دشوار)

۶- گزینه «۴» -

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3} \Rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x + \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x - \frac{4}{3}x > \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{x}{3} > \frac{-5}{12} \xrightarrow{\times(-3)} x < \frac{5}{4}$$

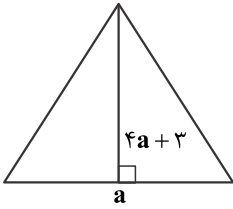
(طلوعی) (فصل چهارم - درس سوم - نامعادله) (آسان)

۷- گزینه «۳» - با توجه به اینکه سهمی رو به پایین است. ($a < 0$) و شیب خط مماس منحنی در نقطه تماس با محور y ها مثبت است. ($b > 0$) و

سهمی محور y ها را در جهت مثبت قطع کرده لذا $c > 0$ پس گزینه «۳» می‌تواند معادله این سهمی باشد.

(طلوعی) (فصل چهارم - درس دوم - سهمی) (آسان)

۸- گزینه «۱» -



$$\Rightarrow S = \frac{a(4a+3)}{2} = 22/5 \Rightarrow 4a^2 + 3a - 45 = 0 \Rightarrow a = \frac{-3 \pm 27}{8} \begin{cases} a = \frac{-30}{8} \\ a = 3 \end{cases}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه دوم) (متوسط)

۹- گزینه «۴» - وقتی معادله سهمی $f(x) = -4x^2 + 3x - 1$ را به شکل $f(x) = a(x-h)^2 + k$ بنویسیم، h و k برابر طول و عرض رأس

سهمی اند و a برابر ضریب x^2 است پس طول و عرض رأس سهمی را پیدا می کنیم:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2(-4)} = \frac{3}{8} \Rightarrow h = \frac{3}{8}$$

$$y_s = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{3^2 - 4(-4)(-1)}{4(-4)} = \frac{9-16}{-16} = \frac{-7}{-16} \Rightarrow k = -\frac{7}{16}$$

و چون $a = -4$ پس حاصل $a + \frac{k}{4} - 2h$ برابر است با:

$$-4 - \frac{7}{64} - \frac{6}{8} = -\frac{311}{64}$$

(طلوعی) (فصل چهارم - درس اول - حل معادله به روش مربع کامل کردن) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» - کافی است Δ معادله استاندارد شده صفر باشد.

گزینه «۱»: $x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 + 4 \neq 0$

گزینه «۲»: $x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4 \neq 0$

گزینه «۳»: $x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 16 = 0$

گزینه «۴»: $x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 16 \neq 0$

(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس اول - معادله درجه ۲) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» - رابطه‌ای تابع است که در نمودار پیکانی آن، از هر عضو مجموعه A دقیقاً یک پیکان خارج شود. پس حداقل یک پیکان از عضو B و

یک پیکان از عضو d حذف شود. (طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - نمودار پیکانی) (آسان)

۱۲- گزینه «۴» - رابطه‌ای که به هر x ، تنها یک y را نسبت دهد. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تابع است؛ هر مربع تنها یک مقدار به عنوان محیط دارد.

گزینه «۲»: تابع است؛ زیرا هر فردی یک کد ملی دارد.

گزینه «۳»: تابع است؛ هر عدد تنها یک ریشه سوم دارد.

گزینه «۴»: تابع نیست؛ زیرا هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد.

مثلاً ریشه دوم عدد ۲۵، ۵ و -۵ می باشد. (طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - رابطه زوج مرتب‌ها زمانی تابع است که اگر در دو زوج مؤلفه‌های اول یکسان باشند، مؤلفه‌های دوم هم یکسان باشند:

زوج‌های مرتب $(2, -1)$ ، $(2, b)$ ، عضو تابع f هستند. پس مؤلفه دوم آن‌ها باید یکی باشد تا تابع بودن f را با مشکل مواجه نکنند $\leftarrow b = -1$ و

همین‌طور در مورد دو زوج مرتب:

$$(\Delta, 3) \text{ و } (\Delta, a^2 - 1) \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

اما به‌ازای $a = 2$ زوج مرتب $(a, 3)$ به $(2, 3)$ تبدیل می‌شود که با زوج $(2, -1)$ مؤلفه اول تکراری دارد پس فقط $a = -2$ قابل قبول است.

$$a + b = (-2) + (-1) = -3$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» - طول مستطیل را x می‌نامیم؛ پس عرض آن $x-6$ خواهد بود، داریم:

$$s(x) = x(x-6) = x^2 - 6x$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم تابع) (آسان)

۱۵- گزینه «۱» - زوج مرتب‌های رابطه R به صورت زیر هستند:

$$R = \{(-2, 0), (-1, -1), (-1, 1), (0, -2), (0, 2), (1, 1), (1, -1), (2, 0)\} \Rightarrow R \text{ عضو دارد.}$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - تابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$-2 \leq x \leq 5 \Rightarrow -15 \leq -3x \leq 6 \Rightarrow -10 \leq 5 - 3x \leq 11$$

$$\Rightarrow \text{برد: } [-10, 11]$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع) (متوسط)

۱۷- گزینه «۲» - معادله خطی که از دو نقطه $(2, -1)$ و $(5, -4)$ بگذرد خط $f(x) = 1 - x$ می‌باشد.

$$f(k) = 1 - k = 8 \Rightarrow k = 1 - 8 = -7$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم تابع) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» - با توجه به این که حاصل جمع مؤلفه‌های هر یک از زوج‌های مرتب R باید نامنفی یا به عبارتی بزرگتر یا مساوی صفر باشد،

به صورت زیر می‌باشد:

$$R = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (-1, 1), (1, -1)\}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» - دامنه این تابع شامل x هایی است که به ازای آن $\frac{-x+2}{x+1} \geq 0$ باشند بنابراین عبارت را تعیین علامت می‌کنیم.

x	-1	2	
	+	+	-
	-	+	+
$\frac{-x+2}{x+1}$	-	+	-

تعریف نشده

$\Rightarrow D_f = (-1, 2]$

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: D = \{1, 2\} \text{ و } R = \{1, 2\}$$

گزینه «۲»: $D = \{1, 2, 3\}$ و $R = \{1, 2\}$ اما این رابطه اصلاً تابع نیست. دو زوج $(2, 2)$ و $(2, 1)$ مؤلفه‌های اولشان یکسان است اما مؤلفه

دوم آن‌ها یکسان نیست.

گزینه «۳»: $D = \{1, 2, 3\}$ و $R = \{2, 1\}$ و رابطه داده شده تابع است.

$$\text{گزینه «۴»}: D = \{1, 2, 3\} \text{ و } R = \{1, 2, 3\}$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع) (آسان)