ریاضی ۱

۱- گزینه «۴» ـ

$$\begin{cases}(3\,,m^3-m)\\(3\,,0)\end{cases} \Rightarrow m^3-m=0 \Rightarrow m(m^2-1)=0 \Rightarrow \begin{cases}m=0\\m^2=1 \Rightarrow m=\pm 1\end{cases}$$

$$m=0 \Rightarrow \begin{cases}(-3m\,,m)=(0\,,0)\\(2m\,,2)=(0\,,2)\\(m\,,3)=(0\,,3)\end{cases} \Rightarrow m\neq 0$$

$$m=1 \Rightarrow \begin{cases}(1\,,-2)=(1\,,-2)\\(m\,,3)=(1\,,3)\end{cases} \Rightarrow m\neq 1$$

$$m=-1 \Rightarrow \begin{cases}(-3m\,,m)=(3\,,-1)\\(3\,,0)\end{cases} \Rightarrow m\neq -1$$

پس گزینه «۴» صحیح است و هیچ مقداری برای m برای تابع شدن موجود نیست. (طلوعی) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع) (متوسط)

۲- گزینه «۴» ـ

$$x=1 \Rightarrow 2x+y\leq 7 \Rightarrow 2+y\leq 7 \Rightarrow y\leq 5 \Rightarrow y=1,2,3,4,5$$

$$x=2 \Rightarrow 2x+y\leq 7 \Rightarrow 4+y\leq 7 \Rightarrow y\leq 3 \Rightarrow y=1,2,3$$

$$x=3 \Rightarrow 2x+y\leq 7 \Rightarrow 6+y\leq 7 \Rightarrow y\leq 1 \Rightarrow y=1$$

$$R=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1)\}$$

(طلوعی) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع) (متوسط)

۳- گزینه «۴» ـ رابطه‌ای تابع است که به ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشته باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اعداد مثبت: ۲ ریشه چهارم / اعداد منفی: بدون ریشه چهارم

گزینه «۲»: یک نویسنده می‌تواند بیش از یک کتاب داشته باشد.

گزینه «۳»: هر عدد، بی‌نهایت مضرب فرد دارد. (طلوعی) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع) (آسان)

۴- گزینه «۲» ـ عبارت درجه دوم وقتی مربع کامل می‌شود که دلتای آن مساوی صفر باشد پس:

$$\Delta=b^2-4ac=(4m)^2-4(1)(6)=16m^2-64=0$$

$$m^2=4 \Rightarrow m=\pm 2$$

(تقی‌زاده) (فصل چهارم ـ درس اول) (متوسط)

۵- گزینه «۳» ـ خطوط موازی محور yها، باید نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند. (طلوعی) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع) (آسان)

۶- گزینه «۲» ـ از عضو ۱ و عضو ۴ از مجموعه ۸، دو پیکان خارج شده، بنابراین حداقل یک پیکان خارج شده از هر کدام باید حذف شود.

(طلوعی) (فصل پنجم ـ درس اول ـ مفهوم تابع) (آسان)

۷- گزینه «۱» ـ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$\frac{2x-3}{x+1}>1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1}-1>0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1}>0$$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
		+	ت ن	−	0	+	

$$\Rightarrow x<-1 \text{ یا } x>4 \quad (I)$$

$$\frac{2x-3}{x+1}<3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1}-3<0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1}<0$$

x	$-\infty$		-6		-1		$+\infty$
		−	0	+	ت ن	−	

$$\Rightarrow x<-6 \text{ یا } x>-1 \quad (II)$$

از (I) و (II) به جواب $x>4$ یا $x<-6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R}-[-6\,,4]$ است. (طلوعی) (فصل چهارم ـ درس سوم ـ تعیین علامت) (دشوار)

۸- گزینه «۳» ــ وقتی نمودار بالای محور xها و بر آن مماس است؛ یعنی ریشه مضاعف دارد، بنابراین:

$$y=(m-2)x^2-3x+m+2\geq 0$$

$$\begin{cases}\Delta=0 \Rightarrow b^2-4ac=0 \Rightarrow 9-4(m-2)(m+2)=0\\ a\geq 0 \Rightarrow m-2\geq 0 \Rightarrow m\geq 2\end{cases}$$

$$9-4(m-2)(m+2)=0 \Rightarrow 9-4(m^2-4)=0 \Rightarrow 9-4m^2+16=0 \Rightarrow -4m^2+25=0$$

$$\Rightarrow -4m^2=-25 \Rightarrow m^2=\frac{25}{4} \Rightarrow \begin{cases}m=\frac{5}{2}\\ m=-\frac{5}{2}\end{cases} \xrightarrow{m\geq 2} m=\frac{5}{2}$$

(طلوعی) (فصل چهارم ــ درس دوم ــ سهمی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ــ

$$3-\frac{2}{x}\geq 0 \Rightarrow \frac{3x-2}{x}\geq 0 \Rightarrow \begin{cases}3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3}\\ x=0\end{cases}$$

		0		$\frac{2}{3}$	
$3x-2$	$-$		$-$	0	$+$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{3x-2}{x}$	$+$	ت	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow x\in(-\infty,0)\cup[\frac{2}{3},+\infty)$$

(طلوعی) (فصل چهارم ــ درس سوم ــ تعیین علامت) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» ــ برای این‌که عبارت درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 منفی و Δ دوم منفی باشد، پس:

$$6m<0 \Rightarrow m<0$$

$$\Delta=4+24m<0 \Rightarrow 24m<-4 \Rightarrow m<-\frac{1}{6}$$

بنابراین به ازای $m<-\frac{1}{6}$ عبارت موردنظر همواره منفی است. (طلوعی) (فصل چهارم ــ درس سوم ــ تعیین علامت) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» ــ

$$x\geq 5 \Rightarrow |x-5|=x-5 \Rightarrow 3x+|x-5|>7 \Rightarrow 3x+x-5>7 \Rightarrow 4x>12 \Rightarrow x>3 \xrightarrow{x\geq 5} x\geq 5 \quad (I)$$

$$x<5 \Rightarrow |x-5|=5-x \Rightarrow 3x+|x-5|>7 \Rightarrow 3x+5-x>7 \Rightarrow 2x>2 \Rightarrow x>1 \xrightarrow{x<5} 1<x<5 \quad (II)$$

$$(I),(II) \xrightarrow{\cup} \left.\begin{matrix}x\geq 5\\ 1<x<5\end{matrix}\right\} \Rightarrow x>1$$

(طلوعی) (فصل چهارم ــ درس سوم ــ تعیین علامت) (دشوار)

۱۲- گزینه «۳» ــ با توجه به نقطه رأس و (۰ , ۴) داریم:

$$\left.\begin{matrix}y=2x^2+bx+c \xrightarrow{(0,4)} 4=0+0+c \Rightarrow c=4\\ \text{طول رأس}: \frac{-b}{2a}=\frac{-b}{4}=-3 \Rightarrow -b=-12 \Rightarrow b=12\end{matrix}\right\} \Rightarrow b+c=16$$

(طلوعی) (فصل چهارم ــ درس دوم ــ سهمی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» ـ مختصات نقطه رأس $(-۱, -۴)$ است، پس خط $x = -۱$ محور تقارن آن است.

$$\text{محور}: x = \frac{-a}{۲\times۳} = \frac{-a}{۶} \xrightarrow{x=-۱} \frac{-a}{۶} = -۱ \Rightarrow a = ۶$$

$$y = ۳x^۲ + ax + b \xrightarrow{a=۶} y = ۳x^۲ + ۶x + b \xrightarrow{(-۱,-۴)} -۴ = ۳\times(-۱)^۲ + ۶\times(-۱) + b$$

$$\Rightarrow -۴ = ۳ - ۶ + b \Rightarrow b = -۱ \Rightarrow y = ۳x^۲ + ۶x - ۱ \xrightarrow{x=۰} y = -۱$$

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس دوم ـ سهمی) (دشوار)

۱۴- گزینه «۴» ـ با توجه به این‌که مبدأ مختصات یعنی $(۰, ۰)$ در ضابطه $y = -mx^۲ + nx$ صدق می‌کند، پس تابع از $(۰, ۰)$ عبور می‌کند.

$$y = -m(x-h)^۲ + k \xrightarrow{\text{رأس}\,(-۲,۱)} y = -m(x-(-۲))^۲ + ۱ = -m(x+۲)^۲ + ۱$$

$$\xrightarrow{(۰,۰)} ۰ = m(۰+۲)^۲ + ۱ \Rightarrow -۴m + ۱ = ۰ \Rightarrow m = \frac{۱}{۴}$$

همچنین مختصات نقطه رأس نیز در معادله سهمی صدق می‌کند، بنابراین:

$$y = -mx^۲ + nx \Rightarrow ۱ = -\frac{۱}{۴}(-۲)^۲ + n(-۲) \Rightarrow ۱ = -۱ - ۲n \Rightarrow n = -۱$$

$$m + n = \frac{۱}{۴} + (-۱) = -\frac{۳}{۴}$$

(سراسری) (فصل چهارم ـ درس دوم ـ سهمی) (دشوار)

۱۵- گزینه «۲» ـ

$$۱ - \frac{۴}{x} + \frac{۴}{x^۲} = ۰ \Rightarrow ۱^۲ - ۲\times\frac{۲}{x} + (\frac{۲}{x})^۲ = ۰ \Rightarrow (۱ - \frac{۲}{x})^۲ = ۰ \Rightarrow ۱ - \frac{۲}{x} = ۰ \Rightarrow \frac{۲}{x} = ۱$$

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» ـ اگر مجموع ضرایب یک عبارت درجه دوم برابر با صفر باشند، یکی از ریشه‌ها $x = ۱$ است.

$$ax^۲ + bx + c = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} \text{یکی از ریشه‌ها}: x = ۱$$

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم) (آسان)

۱۷- گزینه «۲» ـ

$$۴x^۵ - ۴x = ۰ \Rightarrow ۴x(x^۴ - ۱) = ۰ \Rightarrow ۴x(x^۲ + ۱)(x^۲ - ۱) = ۰$$

$$۴x(x^۲ + ۱)(x - ۱)(x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \\ x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» ـ می‌دانیم اگر مجموعه جواب نامعادله قدرمطلقی به‌صورت $[a, b]$ باشد، آن‌گاه نامعادله به‌صورت $|x - \frac{a+b}{۲}| \le \frac{b-a}{۲}$ است،

بنابراین خواهیم داشت:

$$|x - \frac{-۱+۲}{۲}| \le \frac{۲-(-۱)}{۲} \Rightarrow |x - \frac{۱}{۲}| \le \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times۲} |۲x - ۱| \le ۳$$

بنابراین $m = -۱$ و $n = ۳$، پس $m + n = ۲$. (طلوعی) (فصل چهارم ـ درس سوم ـ تعیین علامت) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» ـ با قرار دادن $x = ۲$ در معادله داریم:

$$۴m - ۶ - ۲m = ۰ \Rightarrow ۲m = ۶ \Rightarrow m = ۳$$

$$۳x^۲ - ۳x - ۶ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۹ - ۴(۳)(-۶) = ۹ + ۷۲ = ۸۱$$

$$x_۱ , x_۲ = \frac{۳ \pm ۹}{۶} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱۲}{۶} = ۲ \\ \frac{-۶}{۶} = -۱ \end{cases}$$

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس اول ـ معادله درجه دوم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» ـ مشخص است که $x = a$ ریشه معادله است، یعنی به ازای $x = a$ ، $y = ۰$ خواهد بود.

$$۰ = ۲a(a) + a^۲ - ۲۷ \Rightarrow ۳a^۲ = ۲۷ \Rightarrow a = \pm ۳$$

اگر $a = ۳$ باشد، معادله به‌صورت $y = ۶x - ۱۸$ درمی‌آید و جدول تعیین علامت

x		۳	
y	−	۰	+

که با جدول تعیین علامت مسأله فرق دارد.

(طلوعی) (فصل چهارم ـ درس سوم ـ تعیین علامت) (متوسط)