

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - گزینه «۱» و «۴»، دامنه آن‌ها هر لحظه‌ای از زمان است که می‌تواند اعشاری هم باشد بنابراین دامنه زیرمجموعه \mathbf{R} می‌باشد. در گزینه «۳» نیز ورودی یعنی شعاع کره می‌تواند اعشاری باشد پس دامنه زیرمجموعه \mathbf{R} می‌باشد. در گزینه «۲»، ورودی دانش‌آموزان، می‌باشد که دامنه زیرمجموعه \mathbf{N} می‌باشد، یعنی هر کدام از دانش‌آموزان با اعداد $1, 2, 3, \dots$ مشخص می‌شود پس دامنه مدل زیرمجموعه اعداد طبیعی است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۲- گزینه «۴» - چون جمله سوم را خواسته بنابراین باید در دنباله به جای n عدد ۳ را قرار دهیم:

$$a_n = 2^{-n+2} + \frac{1}{2} \Rightarrow a_3 = 2^{-3+2} + \frac{1}{2} = 2^{-1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow a_3 = 1$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۳- گزینه «۲» -

$$R_f = \left\{ \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{سبز} \end{array}, \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{زرد} \end{array}, \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{قرمز} \end{array} \right\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۴- گزینه «۳» -

$$a_n = (n-1) \times \text{فاصله} \times \text{جمله اول}$$

$$a_n = 3 \times (4)^{n-1}$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۵- گزینه «۱» -

$$a_7 = 3(2) + 4 = 6 + 4 = 10$$

$$b_1 = \frac{1}{2(1)-1} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow 1-1=0$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۶- گزینه «۴» -

$$a_n = 1 \times (2)^{n-1} = 2^{n-1}$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۷- گزینه «۳» -

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۸- گزینه «۴» -

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = 2a_1 + 1 = 3$$

$$\xrightarrow{n=2} a_2 = 2a_2 + 1 = 7$$

$$a_3 = 2a_3 + 1 = 15$$

⋮

$$1023 = 1024 - 1 = 2^{10} - 1 = 2 - 1 = 1$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

۹- گزینه «۳» - دنباله فیبوناتچی است.

$$1, 1, 2, 3, 5, \boxed{8}, \boxed{13}, \boxed{21}, 34, 55, 89, \dots$$

$$8 + 13 + 21 = 42$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل‌سازی و دنباله)

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_2 = \frac{-2}{3} \\ a_3 = \frac{3}{4} \\ \vdots \\ a_n = \frac{-10}{11} \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n = \frac{-1}{11}$$

(گروه مؤلفان علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۱۱- گزینه «۲» - هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط همان اختلاف مشترک، d است.

$$a_n = -7n + 5 \Rightarrow y = -7x + 5 \Rightarrow \text{شیب} = -7 \Rightarrow d = -7$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۱۲- گزینه «۳» -

$$d = -3, a_3 + a_5 = -10$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_5 = a_1 + 4d \end{cases} \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 4d = -10 \Rightarrow 2a_1 + 6d = -10 \xrightarrow{d=-3}$$

$$2a_1 + 6(-3) = -10 \Rightarrow 2a_1 = -10 + 18 \Rightarrow 2a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = 4$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۱۳- گزینه «۴» -

جمله سوم، ۱۸ واحد از جمله نهم بیشتر است.

$$a_3 - a_9 = 18 \quad a_3 = a_1 + 2d \quad a_9 = a_1 + 8d$$

$$a_3 - a_9 = 18 \Rightarrow a_1 + 2d - (a_1 + 8d) = 18$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d - a_1 - 8d = 18 \Rightarrow -6d = 18 \Rightarrow d = -3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۱۴- گزینه «۲» -

$$a_n = 2n + 3 \xrightarrow{n=1} a_1 = 2(1) + 3 = 5$$

ضریب n در جمله عمومی همان اختلاف مشترک است. بنابراین $d = 2$ می باشد. رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت $a_n - a_{n-1} = d$ است. در نتیجه داریم:

$$a_n - a_{n-1} = 2 \Rightarrow a_n = a_{n-1} + 2; a_1 = 5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۱۵- گزینه «۱» -

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \vee r \equiv (\sim T \Rightarrow \sim F) \vee r \equiv \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T \vee r \equiv T \vee r \equiv T$$

ترکیب فصلی یک گزاره درست با هر گزاره ای دارای ارزش درست است. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره ها و ترکیب گزاره ها)

۱۶- گزینه «۳» - بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: (درست) گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را عکس نقیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ می نامیم.

گزینه «۲»: (درست) با توجه به جدول صفحه ۵ کتاب درسی هم ارزی درست است.

گزینه «۳»: (نادرست) قوانین دمورگان عبارتند از:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

گزینه «۴»: (درست) با توجه به جدول صفحه ۵ کتاب درسی هم ارزی درست می باشد.

نکته: گزاره هایی نظیر $(p \vee \sim p)$ گزاره هایی همیشه درست و $(p \wedge \sim p)$ همیشه نادرست می باشند.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره ها و ترکیب گزاره ها)

۱۷- گزینه «۲» - با توجه به جدول زیر گزینه «۲» صحیح می‌باشد:

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \equiv p \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$p \vee \sim q$
F	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها)

۱۸- گزینه «۲» -

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

$$(q \Rightarrow p) \equiv (\sim q \vee p)$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\sim(\sim p \wedge q) \equiv \sim(\sim p) \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$$

↓
قانون دمورگان

نکته: قانون دمورگان: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ (اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها)

۲۰- گزینه «۳» - حاصل جمع معکوس‌های دو عدد طبیعی بزرگتر از نصف حاصل ضرب آن دو عدد است:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{xy}{2}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس دوم - استدلال‌های ریاضی)