

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - مقدار یکی از جملات دنباله برابر ۱۶ شده است. برای این که بینیم جمله چندم این دنباله بوده باید یک  $n$  را پیدا کنیم که به ازای آن  $a_n = 16$  برابر ۱۶ شود:

$$a_n = 16 \Rightarrow \frac{2^{n-5}}{4} = 16 \Rightarrow 2^{n-5} = 64 \Rightarrow$$

$$2^{n-5} = 2^6 \Rightarrow n-5=6 \Rightarrow n=11 \Rightarrow \text{جمله یازدهم}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - برای محاسبه  $a_3$  در جمله عمومی این دنباله های  $n$  عدد ۳ و برای محاسبه  $b_2$  در جمله عمومی این دنباله عدد ۲ را قرار می دهیم:

$$a_n = \frac{(n-1)}{2n} \xrightarrow{n=3} a_3 = \frac{(3-1)}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$b_n = 3^{-n-1} \xrightarrow{n=2} b_2 = 3^{-2-1} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

$$\frac{a_3}{b_2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3^3}} = \frac{3^3}{3} = 3^2 = 9$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - جمله اول  $a_1 = -1$  است. جمله دوم از روی نمودار  $(2, -2)$  است. مقدار جمله دوم را در هر چهار گزینه حساب می کنیم، هر کدام که ۲- نشد رد می شود.

$$a_{n+1} = -a_n + 1 \xrightarrow{n=1} a_2 = -a_1 + 1 = -(-1) + 1 = 2 \times$$

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n - 1 \xrightarrow{n=1} a_2 = (-1)^1 a_1 - 1 = -1 - 1 = -2 \times$$

$$a_{n+1} = -a_n - 1 \xrightarrow{n=1} a_2 = -a_1 - 1 = -(-1) - 1 = 0 \times$$

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^n \xrightarrow{n=1} a_2 = a_1 + (-1)^1 = -1 - 1 = -2 \checkmark$$

بنابراین رابطه بازگشتی نمودار داده شده بصورت  $a_{n+1} = a_n + (-1)^n$  می باشد.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۴- گزینه «۲» - چند جمله دنباله  $a_n$  را به دست می آوریم:

$$a_n = -3n + 5$$

$$n=1 \rightarrow a_1 = -3 + 5 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_2 = -3(2) + 5 = -1$$

$$n=3 \rightarrow a_3 = -3(3) + 5 = -4$$

$$n=4 \rightarrow a_4 = -3(4) + 5 = -7$$

هر جمله بعدی با جمله قبلی، ۳- واحد اختلاف دارد.

$$a_4 = a_1 - 3$$

$$a_4 = a_2 - 3 \Rightarrow a_{n+1} = a_n - 3; a_1 = 2$$

$$a_4 = a_2 - 3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - تفاضل دو جمله متوالی، برابر اختلاف مشترک است:

$$d = -18 - (-22) = -18 + 22 = 4$$

جمله اول  $a_1$  - جمله دوم  $a_2$  = اختلاف مشترک  $d$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (آسان)

۶- گزینه «۱» - یک دنباله حسابی دنباله ای بصورت  $a, a+d, a+2d, \dots$  است که در آن  $a$  جمله اول و عدد ثابت  $d$  اختلاف مشترک جملات دنباله است. جمله  $n$ ام این دنباله بصورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  می باشد:

$$\begin{cases} a_1 = 25 \\ a_n = 4 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = a_1 + nd \Rightarrow$$

$$4 = 25 + nd \Rightarrow nd = 4 - 25 = -21 \Rightarrow d = \frac{-21}{n}$$

$$\Rightarrow d = -3 \Rightarrow a_{13} = a_1 + 11d \Rightarrow a_{13} = 25 + 11(-3) \Rightarrow a_{13} = -8$$

(سراسری ۱۴۰۱ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - ابتدا باید جمله عمومی دنباله را به دست آوریم:

$$5, 8, 11, \dots \Rightarrow a_1 = 5, d = 8 - 5 = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)3 \Rightarrow a_n = 3n + 2$$

حال جمله  $(n-1)$  ام و  $(n+1)$  ام را به دست می آوریم و سپس با هم جمع می کنیم:

$$\text{از } a_n = 3n + 2 \xrightarrow{n-1} a_{n-1} = 3(n-1) + 2 = 3n - 1$$

$$\text{از } a_n = 3n + 2 \xrightarrow{n+1} a_{n+1} = 3(n+1) + 2 = 3n + 5$$

$$\Rightarrow a_{n-1} + a_{n+1} = 3n - 1 + 3n + 5 = 6n + 4$$

(سراسری ۸۲ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (دشوار)

۸- گزینه «۲» -

$$a_1 = 3, a_n = -23, d = 1 - 3 = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -23 = 3 + (n-1)(-2) \Rightarrow$$

$$-23 = 3 - 2n + 2 \Rightarrow 2n = 28 \Rightarrow n = 14$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - جمله عمومی یک دنباله حسابی:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 = -\frac{1}{5}, d = \frac{3}{10} \Rightarrow a_7 = -\frac{1}{5} + 6 \times \frac{3}{10} = -\frac{1}{5} + \frac{9}{5} \Rightarrow a_7 = \frac{8}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» - دستمزد هفته اول برابر  $80(a_1 = 80)$  و هر هفته قرار است ۲۰ واحد به

دستمزد وی اضافه شود؛ یعنی  $d = 20$ . با یک دنباله حسابی رویه رو هستیم که باید

تعیین کنیم جمله چندم آن برابر ۴۰۰۰ می شود:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 4000 = 80 + (n-1)(20) \Rightarrow 4000 = 80 + 20n - 200 \Rightarrow$$

$$4000 - 80 + 20 = 20n \Rightarrow n = 197$$

(سراسری - ۹۵ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (دشوار)

۱۱- گزینه «۲» - هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط، همان اختلاف

مشترک جملات دنباله یعنی  $d$  است و برعکس دنباله ساخته شده از یک تابع خطی نیز

جملات یک دنباله حسابی را مشخص می کنند.

$$-2y + 5x - 3 = 0 \Rightarrow -2y = 3 - 5x \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{5}{2}n - \frac{3}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{5}{2} \times 4 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

$$a_6 = \frac{5}{2} \times 6 - \frac{3}{2} = \frac{27}{2} \Rightarrow a_6 - a_4 = \frac{27}{2} - \frac{17}{2} = 5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_1 = -4 \\ d = 5; a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 521 = -4 + (n-1)5 \Rightarrow \\ a_n = 521 \end{cases}$$

$$521 = -4 + 5n - 5 \Rightarrow 521 = -9 + 5n \Rightarrow 5n = 530 \Rightarrow n = 106$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله های حسابی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» - برای این که گزاره  $q \sim [(\sim p) \Rightarrow (\sim q \vee p)]$  نادرست باشد، باید

گزاره  $[(\sim p) \Rightarrow (\sim q \vee p)]$  درست و گزاره  $q$  نادرست باشد که از دومی نتیجه

می گیریم که  $q$  باید درست باشد.

$$\sim[\sim p \Rightarrow (\sim q \vee p)] \equiv T \Rightarrow [\sim p \Rightarrow (\sim q \vee p)] \equiv F \Rightarrow$$

$$\sim p \equiv T, (\sim q \vee p) \equiv F$$

بنابراین در کل نتیجه می گیریم که  $p \equiv F$  و  $q \equiv T$ ، که با توجه به گزینه ها، گزینه

«۴» پاسخ صحیح است.

p	q	p ⇒ q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(سراسری - ۹۹ با تغییر) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب شرطی و فعلی دو گزاره) (دشوار)

$$\underbrace{(q \vee T)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(\sim p \wedge F)}_F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	F	F

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب دوشروطی، عطفی و فصلی گزاره‌ها) (آسان)

$$[\sim p \wedge (p \vee q)] \wedge \sim q \equiv (\sim p \wedge \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv \sim (p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv F$$

چون گزاره  $p \vee \sim p$  گزاره‌ای همیشه درست و  $p \wedge \sim p$  گزاره‌ای همیشه نادرست هستند.  
\* در رابطه بالا از قانون دموورگان استفاده کرده‌ایم.

$$\text{قانون دموورگان: } (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim (p \vee q)$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره) (متوسط)

$$p \equiv T, q \equiv F, r \text{ دلخواه} \Rightarrow$$

$$[(p \vee r) \Rightarrow q] \Leftrightarrow [(q \wedge r) \Rightarrow \sim p] \equiv \underbrace{[(T \vee r)]}_T \Rightarrow F$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{[(F \wedge r)]}_F \Rightarrow \sim T \equiv \underbrace{[T \Rightarrow F]}_F \Leftrightarrow \underbrace{[F \Rightarrow F]}_T \equiv$$

$$F \Leftrightarrow T \equiv F$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب گزاره‌ها) (دشوار)

۱۷- گزینه «۱» - عکس نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  هم‌ارز با گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  می‌باشد، بنابراین داریم:

$$(p \wedge q) \Rightarrow \sim r \xrightarrow{\text{عکس نقیض}} \sim (\sim r) \Rightarrow \sim (p \wedge q)$$

$$r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

از قانون دموورگان استفاده کرده‌ایم:  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب شرطی و عطفی دو گزاره) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» - نام استدلال داده شده مغالطه می‌باشد. نتیجه این نوع استدلال‌ها ممکن

است درست یا نادرست باشد. روش استفاده شده در استدلال مغالطه نادرست است.

نتیجه استدلال داده شده درست است، زیرا اگر سه زاویه از مثلثی با هم برابر باشد، آن

مثلث متساوی‌الاضلاع است.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» - فقط گزینه «۳» به‌طور درست بیان شده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$\text{گزینه «۲»}: x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} > 2$$

$$\text{گزینه «۴»}: (x \in \mathbb{R}, x > 1) \Rightarrow x^2 > x$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (آسان)

۲۰- گزینه «۲» - استدلال گزینه «۲»، استثنایی و بقیه گزینه‌ها، استدلال مغالطه می‌باشد.

$$\text{* استدلال استثنایی} \left\{ \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \\ \therefore q \end{array} \right.$$

$$\text{* استدلال مغالطه} \left\{ \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \\ \therefore p \end{array} \right.$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (متوسط)