

ریاضی و آمار
۱- گزینه «۱» -

$$a_{n+1} = a_n + (-2)^{n-1}$$

چون حاصل تفاضل دو جمله متوالی خواسته شده، بنابراین اگر $n = 6$ باشد، اختلاف جمله ششم و هفتم به دست می آید:

$$n = 6 \Rightarrow a_7 = a_6 + (-2)^{6-1} \Rightarrow a_7 = a_6 + (-2)^5 \Rightarrow a_7 - a_6 = -32 \Rightarrow a_6 - a_7 = 32$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - برای به دست آوردن جملات دنباله جای n در دنباله اعداد $1, 2, 3, \dots$ را قرار می دهیم:

$$n = 1 \rightarrow a_1 = \frac{(-1)^{1-1}}{-1-1} = \frac{(-1)^0}{-2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$n = 2 \rightarrow a_2 = \frac{(-1)^{2-1}}{-1-2} = \frac{(-1)^1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$n = 3 \rightarrow a_3 = \frac{(-1)^{3-1}}{-1-3} = \frac{(-1)^2}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$n = 4 \rightarrow a_4 = \frac{(-1)^{4-1}}{-1-4} = \frac{(-1)^3}{-5} = \frac{1}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - برای نوشتن رابطه بازگشتی باید رابطه میان جملات دنباله را بررسی کنیم، بنابراین ابتدا جملات دنباله را به دست می آوریم:

$$a_n = -\frac{1}{3}n - \frac{2}{3}$$

$$a_1 = -\frac{1}{3}(1) - \frac{2}{3} = -1$$

$$a_2 = -\frac{1}{3}(2) - \frac{2}{3} = -\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{4}{3} = -1 - \frac{1}{3} \Rightarrow a_2 = a_1 - \frac{1}{3}$$

$$a_3 = -\frac{1}{3}(3) - \frac{2}{3} = -\frac{5}{3} \Rightarrow -\frac{5}{3} = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow a_3 = a_2 - \frac{1}{3} \Rightarrow a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}, a_1 = -1$$

$$a_4 = -\frac{1}{3}(4) - \frac{2}{3} = -2 \Rightarrow -2 = -\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow a_4 = a_3 - \frac{1}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (دشوار)

۴- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n - \frac{1}{2} \\ a_3 = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=4 \text{ اگر}} a_4 = \frac{1}{5}a_3 - \frac{1}{2}$$

بنابراین باید ابتدا a_4 را به دست آوریم:

$$a_4 = \frac{1}{5}a_3 - \frac{1}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{1}{5}\left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a_5 = \frac{1}{5}a_4 - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}(-1) - \frac{1}{2} = \frac{-2-5}{10} = -\frac{7}{10}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = -2 \Rightarrow a_3 + a_1 = -2 + 1 = -1 \\ a_4 = 2 \\ a_5 = -1 \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۱ - مدل سازی و دنباله) (آسان)

۶- گزینه «۲» - یک دنباله حسابی، دنباله‌ای به صورت $a, a+d, a+2d, \dots$ می‌باشد که عدد ثابت d را اختلاف مشترک می‌نامند؛ فقط گزینه «۲» این شرط را دارا است:

$$\begin{array}{cccc} & & -3 & \\ & & \swarrow & \searrow \\ -1, & -4, & -7, & -10 \\ & \swarrow & \searrow & \\ & -3 & & -3 \end{array}$$

در بقیه گزینه‌ها اختلاف جملات مقداری ثابت نیست:
گزینه «۱»:

$$\begin{array}{cccc} & & 2 & & 8 \\ & & \swarrow & & \swarrow \\ 1, & 2, & 4, & 8, & 16, \dots \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & 1 & & 4 & \end{array}$$

گزینه «۳»:

$$\begin{array}{cccc} & & 25 & \\ & & \swarrow & \searrow \\ 5, & -10, & 15, & -20, \dots \\ & \swarrow & \searrow & \\ & -15 & & -35 \end{array}$$

گزینه «۴»:

$$\begin{array}{cccc} & & 3 & \\ & & \swarrow & \searrow \\ -2, & -1, & 2, & -3, \dots \\ & \swarrow & \searrow & \\ & 1 & & -5 \end{array}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (آسان)

۷- گزینه «۴» - جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت زیر است که a_1 جمله اول و d اختلاف مشترک است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d, a_1 = -5, d = 3 \Rightarrow a_{10} = -5 + (10-1)(3) = -5 + 27 = 22$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} a_7 = -3 \Rightarrow \begin{cases} a_7 = a_1 + 6d \\ a_8 = 5 \Rightarrow \begin{cases} a_8 = a_1 + 7d \\ a_{12} = ? \end{cases} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -3 = a_1 + 6d \\ 5 = a_1 + 7d \end{cases} \times (-1) \Rightarrow \begin{cases} -3 = a_1 + 6d \\ -5 = -a_1 - 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2d = -8 \Rightarrow d = 4 \\ a_1 = -27 \end{cases} \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{12} = a_1 + 11d = -27 + 11(4) \Rightarrow a_{12} = 17$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$a_6 - a_5 = -2 \xrightarrow{\text{چون } a_6 \text{ و } a_5 \text{ دو جمله متوالی اند.}} d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -10 = -6 + (n-1)(-2) \Rightarrow -10 = -6 - 2n + 2 \Rightarrow -10 = -4 - 2n \Rightarrow -2n = -6 \Rightarrow n = 3$$

در نتیجه جمله سوم این دنباله برابر 10 می‌باشد. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - با توجه به رابطه بازگشتی، نتیجه می‌گیریم که این دنباله یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک $d = -5$ می‌باشد:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{11} = 8 + 10(-5) \Rightarrow a_{11} = -42$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - در نمودار دنباله حسابی، شیب خط برابر d ، اختلاف مشترک می‌باشد، بنابراین ابتدا شیب خط را به دست می‌آوریم: نقاط $(1, 3)$ و $(2, 1)$ روی خط قرار دارند.

$$m = d = \frac{3-1}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2, a_1 = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_8 = 3 + 7(-2) = -11$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (دشوار)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)d \\ a_4 = -\frac{4}{5} \\ a_1 = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow -\frac{4}{5} = \frac{2}{5} + 3d \Rightarrow 3d = -\frac{6}{5} \Rightarrow d = -\frac{2}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - دنباله‌های حسابی) (آسان)

$$p \vee \sim (s \wedge q) \equiv p \vee \sim \underbrace{(s \wedge F)}_F \equiv p \vee \sim F \equiv \underbrace{p \vee T}_T \equiv T$$

s چه گزاره درست باشد، چه نادرست؛ ارزش $s \wedge F$ همواره نادرست است.

p چه گزاره درست باشد، چه نادرست؛ ارزش $p \vee T$ همواره درست است.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» - با توجه به صورت سؤال، ارزش $r \wedge (\sim q \vee r)$ درست می‌باشد:

$$r \wedge (\sim q \vee r) \equiv \underbrace{r \wedge (r \vee \sim q)}_{\text{قانون جذب}} \equiv r \equiv T, q \equiv F \Rightarrow \sim q \vee (p \wedge \sim r) \equiv F \vee (p \wedge \sim T) \equiv T \vee \underbrace{(p \wedge F)}_F \equiv T \vee F \equiv T$$

نکته: قانون جذب:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{p \wedge (p \vee q)}_{\text{یکی هستند}} \equiv p \\ \underbrace{p \vee (p \wedge q)}_{\text{یکی هستند}} \equiv p \end{array} \right.$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\left\{ \begin{array}{l} q \equiv T \\ s \equiv F \end{array} \right. \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim (s \Rightarrow r) \equiv \underbrace{(\sim p \Rightarrow T)}_T \Rightarrow \sim \underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \equiv T \Rightarrow \sim T \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب شرطی دو گزاره) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - ابتدا گزاره داده شده را ساده تر می‌نویسیم:

$$[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow [(\sim s \Rightarrow \sim t)] \equiv \underbrace{[\sim p \wedge (\sim p \vee q)]}_{\text{یکی هستند (قانون جذب)}} \Rightarrow [(t \Rightarrow s)] \equiv [\sim p] \Rightarrow [t \Rightarrow s] \equiv F$$

(یکی هستند) قانون جذب

$$\rightarrow \sim p \equiv T, t \Rightarrow s \equiv F \rightarrow p \equiv F, t \equiv T, s \equiv F$$

از نکته‌های زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee q \\ (p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p) \end{array} \right.$$

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب شرطی دو گزاره) (دشوار)

$$\begin{cases} s \equiv F \\ t \equiv F \end{cases} \Rightarrow [\sim (t \leftrightarrow s)] \wedge q \equiv [\underbrace{\sim (F \leftrightarrow F)}_T] \wedge q \equiv \sim T \wedge q \equiv \underbrace{F \wedge q}_F \equiv F$$

p	q	p ↔ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب دوشروطی گزاره‌ها) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» -

$$(\sim t \wedge s) \Rightarrow (q \leftrightarrow t) \equiv F \Rightarrow (1) : \sim t \wedge s \equiv T, (2) : q \leftrightarrow t \equiv F$$

$$\text{از (1)} \Rightarrow \sim t \equiv T, s \equiv T, t \equiv F$$

$$\text{از (2)} \Rightarrow (q \leftrightarrow t) \equiv F \rightarrow (q \leftrightarrow F) \equiv F \rightarrow q \equiv T$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s \equiv T \\ t \equiv F \\ q \equiv T \end{cases} \Rightarrow (s \leftrightarrow t) \leftrightarrow (q \leftrightarrow s) \vee p \equiv \underbrace{(T \leftrightarrow F)}_F \leftrightarrow \underbrace{(T \leftrightarrow T)}_T \vee p \equiv F \leftrightarrow T \equiv F$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب دوشروطی گزاره‌ها) (دشوار)

۱۹- گزینه «۳» - از قبل می‌دانیم که:

$$\begin{cases} p \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q) \\ (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (p \leftrightarrow q) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{(p \vee \sim q)}_{\sim p \Rightarrow \sim q} \wedge \underbrace{(q \vee \sim p)}_{\sim q \Rightarrow \sim p} \equiv (\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv (\sim p \leftrightarrow \sim q)$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - ترکیب دوشروطی گزاره‌ها) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - استدلال‌های استثنایی و مغالطه به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مقدمه ۱: اگر } p \text{ آن گاه } q \\ \text{استثنایی: } p : 2 \\ q \therefore \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{مقدمه ۱: اگر } p \text{ آن گاه } q \\ \text{مغالطه: } q : 2 \\ p \therefore \end{array} \right\}$$

بنابراین استدلال داده شده استثنایی می‌باشد، همچنین نتیجه استدلال نیز درست است، چون مقدمه (۱) آن درست است.

* در استدلال مغالطه، روش استفاده شده در آن نادرست است. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ - استدلال ریاضی) (متوسط)