

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - برای به دست آوردن جمله سوم و چهارم باید در جمله عمومی دنباله جای n ، عددهای ۳ و ۴ را قرار دهیم:

$$a_3 = 2 \times 3 + 3 = 9 \quad \text{جمله سوم}$$

$$a_4 = 2 \times 4 + 3 = 11 \quad \text{جمله چهارم}$$

$$\Rightarrow a_3 + a_4 = 9 + 11 = 20$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۲- گزینه «۴» - برای این که ببینیم جمله چندم این دنباله ۲۷ بوده باید یک n پیدا کنیم که به ازای آن $(\frac{1}{3})^{1-2n}$ برابر ۲۷ شود:

$$a_n = (\frac{1}{3})^{1-2n}$$

$$27 = (\frac{1}{3})^{1-2n} \Rightarrow 3^3 = (\frac{1}{3})^{1-2n} \Rightarrow 3^3 = 3^{-(1-2n)}$$

$$\Rightarrow -1 + 2n = 3 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \text{جمله دوم دنباله برابر ۲۷ شده است.}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۳- گزینه «۳» - در رابطه بازگشتی جای n عدد ۱ را قرار می دهیم:

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^{n-1} \xrightarrow{n=1} a_2 = a_1 + (-1)^0 \Rightarrow a_2 = a_1 = 3 \xrightarrow{n=2} a_3 = a_2 + (-1)^1 \Rightarrow a_3 = a_2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{جمله سوم: } a_3 = 2 \\ \text{جمله اول: } a_1 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_3}{a_1} = \frac{2}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۴- گزینه «۲» - روش اول: از روی نمودار دنباله، جملات دنباله را می نویسیم:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 3$$

$$a_3 = 5$$

یکی از جملات دنباله مثلاً جمله اول را در چهار گزینه چک می کنیم:

گزینه «۱»:

$$a_1 = (3 \times 1) + 2 = 5 \quad \times$$

گزینه «۲»:

$$a_1 = 2 \times 1 - 1 = 1 \quad \checkmark$$

گزینه «۳»:

$$a_1 = 1^2 - 1 = 0 \quad \times$$

گزینه «۴»:

$$a_1 = 1 - 4 = -3 \quad \times$$

بنابراین پاسخ گزینه «۲» است.

روش دوم: از روی جملات دنباله می بینیم که جملات فرد هستند، دنباله جملات فرد، $1, 4, 7, 10, 13, \dots$ و دنباله جملات زوج، $2n$ می باشد.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۵- گزینه «۲» - در اعداد دنباله $1, 4, 7, 10, 13, \dots$ هر جمله، ۳ واحد از جمله قبلی اش بیشتر است. اگر a_n و a_{n+1} دو جمله متوالی باشند:

$$a_{n+1} = a_n + 3$$

پس رابطه بازگشتی دنباله به شکل $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 3$ می باشد.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس اول - مدل سازی و دنباله)

۶- گزینه «۴» -

$$d = 3 \quad \text{اختلاف مشترک} \quad a_1 = -2 \quad \text{جمله اول}$$

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_7 = a_1 + (7-1)d \Rightarrow a_7 = -2 + 6 \times 3 = 16 \Rightarrow a_7 = 16$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۷- گزینه «۳» - با توجه به روی سؤال جمله سوم و هشتم به ترتیب ۲ و ۲۲ می‌باشد:

$$a_3 = 2$$

$$a_8 = 22$$

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_8 = a_1 + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = a_1 + 2d & (1) \\ 22 = a_1 + 7d & (2) \end{cases} \Rightarrow \text{دستگاه دو معادله دو مجهول:}$$

طرفین معادله (۱) را در یک منفی ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} -2 = -a_1 - 2d & (3) \\ 22 = a_1 + 7d & (4) \end{cases} \xrightarrow{(3)+(4)} -2 + 22 = 5d \Rightarrow d = 4$$

d را در معادله ۳ جایگذاری می‌کنیم تا a_1 به دست آید:

$$-2 = -a_1 - 2(4) \Rightarrow -2 = -a_1 - 8 \Rightarrow a_1 = -6$$

دوباره از جمله عمومی دنباله حسابی استفاده می‌کنیم تا جمله سیزدهم به دست آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{13} = a_1 + 12d \Rightarrow a_{13} = -6 + 12(4) \Rightarrow a_{13} = 42$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۸- گزینه «۴» - در یک دنباله حسابی، اعداد دنباله از اضافه شدن یک مقدار ثابت به عدد قبلی‌اش به دست می‌آید که جمله عمومی آن به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌باشد. در بین گزینه‌ها، فقط گزینه «۴» این شرط را داراست:

$$a_n = 3n - 1$$

(اکبری) (دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۹- گزینه «۱» -

$$d = -4 \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$d = -4, a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 11 = 25 + (n-1)(-4) \Rightarrow 11 = 25 - 4n + 4 \Rightarrow 4n = 28 \Rightarrow n = 7$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۰- گزینه «۲» - با توجه به جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\text{اولیه } a_8 = a_1 + 7d$$

اگر ۴ واحد از اختلاف مشترک کم کنیم، باید به جای d عبارت $(d-4)$ را قرار دهیم:

$$\text{جمله پنجم، } 16 \text{ واحد کم می‌شود.} \Rightarrow a_8 - 16 = a_1 + 7(d-4) = a_1 + 7d - 28 = a_1 + 6d - 16 = a_8 - 16$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۱- گزینه «۳» - رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت $a_n - a_{n-1} = d$ می‌باشد که d اختلاف مشترک است:

$$a_n = a_{n-1} + \frac{1}{3} \Rightarrow a_n - a_{n-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۲- گزینه «۲» - نقاط مربوط به نمودار دنباله حسابی روی یک خط قرار دارند. فقط گزینه «۲» این ویژگی را داراست.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۳- گزینه «۳» - هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط همان اختلاف مشترک جملات دنباله یعنی d است و به عکس دنباله ساخته شده از یک تابع خطی نیز جملات یک دنباله حسابی را مشخص می‌کند:

$$y + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \Rightarrow a_n = -\frac{1}{2}n + \frac{3}{4}$$

$$a_6 = -\frac{1}{2} \times 6 + \frac{3}{4} = -3 + \frac{3}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$a_1 = -\frac{1}{2} \times 1 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a_6 - a_1 = -\frac{9}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{8}{4} = -2$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله‌های حسابی)

۱۴- گزینه «۴» - ابتدا حاصل $(\sim s \wedge r)$ را به کمک قانون دمورگان به دست می آوریم:

$$\sim(\sim s \wedge r) \equiv \sim(\sim s) \vee (\sim r) \equiv s \vee \sim r$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\sim r \wedge \underbrace{\sim(\sim s \wedge r)}_{s \vee \sim r} \equiv \sim r \wedge (s \vee \sim r) \equiv \underbrace{\sim r \wedge s}_{\text{جای } s \text{ و } \sim r} \vee \underbrace{\sim r \wedge \sim r}_{\text{قانون جذب}} \equiv \sim r \wedge (s \vee \sim r)$$

را عوض می کنیم

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\underbrace{[\sim p \wedge (\sim p \vee q)]}_{\text{قانون جذب: } \sim p} \vee \underbrace{(\sim q \wedge q)}_F \equiv \sim p \vee F \equiv \begin{cases} P \equiv T \rightarrow F \\ P \equiv F \rightarrow T \end{cases}$$

در نتیجه ارزش گزاره هم می تواند درست باشد هم نادرست، یعنی وابسته به ارزش p هست.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب عطفی و فصلی دو گزاره)

۱۶- گزینه «۱» - از نادرستی $(P \Leftrightarrow s)$ نتیجه می گیریم که $q \Rightarrow (P \Leftrightarrow s)$ نادرست است که p و s می توانند درست یا نادرست باشند.

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv (p \wedge T) \Rightarrow T$$

$$(p \wedge T) \equiv \begin{cases} P \equiv T \rightarrow T \\ P \equiv F \rightarrow F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \Rightarrow T \equiv T \\ F \Rightarrow T \equiv T \end{cases}$$

بنابراین نتیجه می گیریم که چه p درست باشد چه نادرست، در هر صورت ارزش گزاره درست است:

$$(p \wedge q) \Rightarrow q \equiv T$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب شرطی و دوشروطی گزاره)

۱۷- گزینه «۴» - موارد (الف) و (ب) طبق مطالب کتاب درسی صفحه ۶ و صفحه ۸ درست هستند. گزینه های (ج) و (د) نادرست هستند.

بررسی گزینه (ج):

$$\text{قانون دمورگان: } \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

بررسی گزینه (د):

$$\text{قانون پخشی: } \sim q \vee (p \wedge r) \equiv (\sim q \vee p) \wedge (\sim q \vee r)$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب گزاره ها)

۱۸- گزینه «۳» -

p	q	$(p \vee \sim q)$	$q \Rightarrow \sim p$	$(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$
F	T	F	T	F
T	F	T	T	T
F	F	T	T	T
T	T	T	F	F

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب شرطی و دوشروطی گزاره ها)

۱۹- گزینه «۲» -

$$(P \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv (P \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv T$$

تبدیل شرطی به فصلی
این دو پرانتز نقیض هم هستند

علت این که دو پرانتز نقیض هم هستند این است که از هر پرانتز که نقیض بگیریم دیگری به دست می آید:

$$\sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee \sim(\sim q) \equiv \sim p \vee q$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس اول - ترکیب شرطی و فصلی گزاره ها)

۲۰- گزینه «۲» - این استدلال مغالطه و روش به کار رفته در آن نادرست است. نتیجه استدلال درست است. زیرا اگر سه زاویه مثلث، با هم برابر باشند، آن مثلث متساوی الاضلاع است. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل اول - درس دوم - استدلال ریاضی)