

ریاضیات

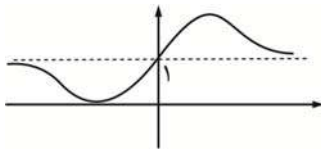
۱- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{17}$ (۲) $-\frac{6}{17}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{6}{11}$

۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 8x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{8x^2 - 6x}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} |f(x)| + \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$ کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

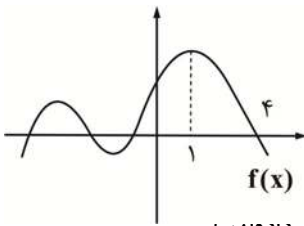
۴- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{2h + h^2} = 2 + \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ باشد، $f'(4)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۵- در تابع $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 15x$ ، رابطه $f'(-1) + f'(a) = 0$ برقرار است. a کدام است؟

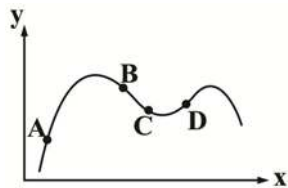
- (۱) ۹ (۲) $\frac{8}{5}$ (۳) $\frac{10}{5}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۶- اگر f به صورت مقابل باشد، معادله خط مماس بر f در نقطه‌ای به طول ۳ کدام می‌تواند باشد؟



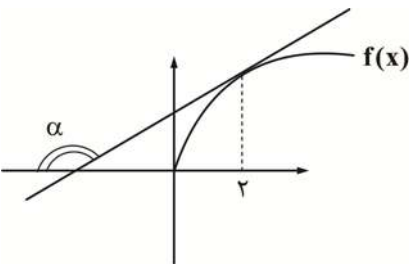
- (۱) $5x + 4y = 20$ (۲) $4x + 5y = 20$ (۳) $4x - 3y = 20$ (۴) $3x + 4y = 12$

۷- نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟ (شیب خط مماس در نقطه A را با m_A نمایش دهید.)



- (۱) $m_A < m_D$ (۲) $|m_C| > |m_B|$ (۳) $m_A + m_C > 0$ (۴) $m_D < 0$

۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(2+h) - f(2)} = 2$ باشد، زاویه α چند درجه است؟



- (۱) 135° (۲) 120° (۳) 150° (۴) 165°

۹- اگر $f(x) = |x - 2| \left[-\frac{x}{2} \right]$ باشد، $f'_+(2) - f'_-(2)$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt[3]{3\sqrt{x} + 1} + x(\sqrt{x} + 2)$ ، آنگاه $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۱- اگر $f(x) = (x+2)(x^2+4)$ و $g(x) = x^2 - 16$ باشد، حاصل $g'(2)f(2) + f'(2)g(2)$ کدام است؟

- ۱۰۲۴ (۱) ۵۱۲ (۲) ۲۰۴۸ (۳) ۲۵۶ (۴)

۱۲- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = (x+2)\sqrt{x^2+5}$ در نقطه $x = -2$ واقع بر آن، کدام است؟

- ۶ (۱) -۲ (۲) -۵ (۳) -۶ (۴)

۱۳- اگر $f(x) = x - |x^2 - 4|$ باشد مجموع شیب‌های نیم‌مماس چپ و راست تابع f در نقطه $x = 2$ چقدر است؟

- ۵ (۱) -۳ (۲) -۵ (۳) ۲ (۴)

۱۴- اگر $f(x) = (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^{1400}$ و $g(x) = (\sqrt{x+1} + \sqrt{x})^{1401}$ باشد حاصل مشتق تابع $h(x) = (fg)^2(x)$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- $2 - \frac{3}{\sqrt{2}}$ (۱) $3 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۲) $2 + \frac{3}{\sqrt{2}}$ (۳) $3 - \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴)

۱۵- اگر $g'(1) = 2g(1) = 2$ و $f'(1) = f(1) = 3$ باشد، مشتق تابع $h(x) = \frac{f(x)+1}{2g(x)-1}$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۲ (۲) -۱۳ (۳) ۱۳ (۴)

۱۶- در چند جایگشت از حروف کلمه PRIDE، بین دو حرف صدادار فقط یک حرف بی‌صدادار قرار دارد؟

- ۱۸ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۷۲ (۴)

۱۷- در یک خانواده ۴ فرزندی، احتمال آن‌که حداکثر ۲ فرزند، پسر باشند کدام است؟

- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{11}{16}$ (۳) $\frac{13}{16}$ (۴)

۱۸- به چند طریق از بین ۵ کتاب با موضوع ریاضی و ۶ کتاب با موضوع فیزیک، کتاب‌ها را می‌توان چید به‌طوری‌که کتاب‌های هم‌موضوع کنار هم نباشند؟

- $(5!)^2$ (۱) $3 \times 6! \times 5!$ (۲) $5! \times 6! \times 2!$ (۳) $5! \times 6!$ (۴)

۱۹- اگر $P(n, n-1) = P(6, 4) = P(4, 2) + P(5, 2) + n$ کدام است؟

- ۳۲۸ (۱) $328!$ (۲) 328×327 (۳) $\frac{328!}{2!}$ (۴)

۲۰- احتمال اینکه در پرتاب دو تاس، قدرمطلق تفاضل دو عدد رو شده ۳ باشد، کدام است؟

- $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴)

۲۱- احتمال آن‌که آرمیتا در رشته پزشکی در کنکور ۱۴۰۰ قبول شود، چهار برابر احتمال آن است که دوستش هلیا قبول شود. اگر احتمال آن‌که

حداقل یکی از آنها در رشته پزشکی قبول شوند، برابر $\frac{23}{50}$ باشد، هلیا با چه احتمالی در این رشته قبول خواهد شد؟

- $\frac{1}{10}$ (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۳) $\frac{1}{60}$ (۴)

۲۲- اگر دو پیشامد A و B مستقل از هم و $P(B-A) = \frac{1}{4}$ و $P(B|A) = \frac{5}{8}$ باشد، احتمال آن‌که پیشامدهای $A-B$ یا $B-A$ اتفاق بیفتد، کدام است؟

- $\frac{17}{40}$ (۱) $\frac{11}{40}$ (۲) $\frac{3}{40}$ (۳) $\frac{19}{40}$ (۴)

۲۳- از جعبه‌ای که در آن ۵ سیب قرمز سالم، ۴ سیب زرد سالم و یک سیب ناسالم وجود دارد، سه سیب به تصادف برمی‌داریم. چقدر احتمال دارد که

هم سیب قرمز سالم و هم زرد سالم و هم سیب ناسالم برداریم؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۲۴- خانواده‌ای سه فرزند دارد، با چه احتمالی دو فرزند اول دختر است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

۲۵- فرض کنید A و B دو پیشامد باشند به طوری‌که $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ آنگاه $P(B|A')$ کدام است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)