

حسابان

۱- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = 1 - \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{2(x-4)}$ باشد، مشتق تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر منحنی چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر $f(x) = \frac{m}{x}$ باشد و شیب خط مماس بر f در نقطه‌ای به طول ۲ بزرگ‌تر از شیب خط $2y = x + 1$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > -2$ (۲) $m < -2$ (۳) $m < 2$ (۴) $m > 2$

۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ باشد، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) موجود نیست.

۴- اگر $f(x) = [-x] |x - 2|$ باشد، حاصل ضرب مشتق چپ و راست تابع $f(x)$ در $x = 2$ چقدر است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

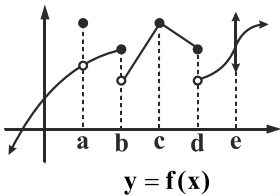
- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) -۳

۵- تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + bx + c}$ در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ مشتق‌پذیر نیست. مقدار $f'(0)$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{\sqrt{4}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{4}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

۶- در چند نقطه از تابع مقابل، مشتق وجود ندارد، اما حد وجود دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲



۷- اگر $a = \lim_{x \rightarrow 2} ([x] + [-x])$ باشد، در این صورت $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{1}{x^2 + x}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) صفر (۴) -۱

۸- اگر $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} - 2}$ و $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(x+1)^2}{x^2 + \frac{1}{x}}$ باشد، مقدار $A + B$ چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۹- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt{\frac{1}{x+1}} - \sqrt{\frac{4x}{x+1}}}{\sqrt{x} \sqrt{\frac{1}{x+1}} - 1}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۰- اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^2 + ax^3 + 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ و باقی‌مانده تقسیم $g(x) = bx^3 + x^2 + 4$ بر $x - 2$ برابر ۲۴ باشد، حاصل

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱- مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ax^3 + 6x - 1}{x^2 - 3x^2 + 4a}$ خطوط $x = -1$ و $x = b$ و $y = c$ است. $b + c$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{1-x}$ در اطراف مجانب قائم خود چگونه است؟

- (۱) (۲) (۳) (۴)

۱۳- در صورتی که تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x < 1 \\ x^3 + bx & x \geq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) نشدنی

۱۴- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x\sqrt{x} & x < 0 \end{cases}$ باشد، کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $f'_+(0) = +\infty$ (۲) $f'_+(0) = -\infty$ (۳) $f'_-(0) = -\infty$ (۴) $f'_-(0) = +\infty$

۱۵- خط گذرا از دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(-1, -6)$ با خط مماس بر تابع $f(x) = x^2$ در نقطه‌ای به طول C موازی است، C کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{a \sin x - \cos x} = b \neq 0$ باشد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4}{b^2(2x+1)^4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{32}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{32}$

۱۷- کدام جمله صحیح است؟

- (۱) تابع $[x]$ در بازه $[1, 2]$ پیوسته است.
 (۲) تابع $g(x) = \sqrt{1-x}$ در بازه $(-\infty, 1]$ پیوسته است، اما در $x = 1$ ناپیوسته است.
 (۳) تابع $[-x]$ در بازه $[1, 2]$ پیوسته است.
 (۴) تابعی که در نقطه $x = a$ حد داشته باشد، در آن نقطه پیوسته است.

۱۸- در صورتی که $f(x) = \begin{cases} \tan x & x \geq \frac{3\pi}{4} \\ a \cos x & x < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ در $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته باشد، $\lim_{x \rightarrow 3} a\sqrt{2} \sin \frac{x\pi}{18}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- مقدار $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x}{9x^2 - \pi^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3\pi}$ (۲) $\frac{1}{4\pi}$ (۳) $\frac{1}{6\pi}$ (۴) $\frac{1}{2\pi}$

۲۰- نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} ([f(x)] + [\frac{4}{x}])$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) وجود ندارد.

