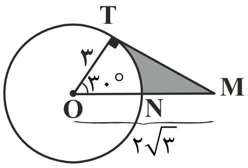
هندسه



۱- گزینه «۱» ــ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. چون:

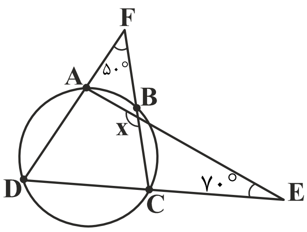
$$OT=\frac{\sqrt{۳}}{۲}OM$$

پس $\hat{M}=۶۰°$ و در نتیجه $\hat{O}=۳۰°$. اکنون مساحت بخش رنگ شده در شکل را به‌دست می‌آوریم و سپس این مقدار را دو برابر می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} S_{\overset{\Delta}{OTM}}=\frac{۱}{۲}OT\times MT=\frac{۱}{۲}\times ۳\times\sqrt{۳}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \\ S_{\text{قطاع}\,OTN}=\frac{۳۰}{۳۶۰}\times\pi\times ۹=\frac{۳}{۴}\pi \end{array}\right\}\Rightarrow S_{\text{هاشورخورده}}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۳}{۴}\pi$$

$$\text{جواب}=۲\left(\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۳\pi}{۴}\right)=۳\sqrt{۳}-\frac{۳\pi}{۲}=۳\left(\sqrt{۳}-\frac{\pi}{۲}\right)$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ قطاع) (دشوار)



۲- گزینه «۱» ــ با توجه به شکل چهارضلعی ABCD محاطی است، پس با فرض $\widehat{ABC}=x$ به‌دست می‌آید:

$$\hat{D}=۱۸۰°-x\,,\ \widehat{FBA}=۱۸۰°-x$$

از طرف دیگر زاویه FAB زاویه خارجی برای مثلث ADE است، پس:

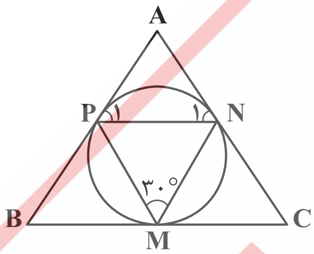
$$\widehat{FAB}=\hat{D}+\hat{E}=۱۸۰°-x+۷۰°$$

اکنون در مثلث FAB به‌دست می‌آید:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{F}=۱۸۰°\ \Rightarrow\ (۱۸۰°-x+۷۰°)+(۱۸۰°-x)+۵۰°=۱۸۰°\ \Rightarrow\ x=۱۵۰°$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ چهارضلعی محاطی) (دشوار)

۳- گزینه «۳» ــ توجه کنید که:



$$\underbrace{\hat{P}_۱=\hat{N}_۱}_{\text{زاویه ظلی}}=\underbrace{\hat{M}}_{\text{زاویه محاطی}}=\frac{۱}{۲}\widehat{PN}$$

چون $\hat{M}=۳۰°$، پس:

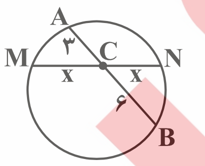
$$\hat{P}_۱=\hat{N}_۱=۳۰°$$

در نتیجه:

$$\hat{A}=۱۸۰°-(۳۰°+۳۰°)=۱۲۰°$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ زاویه ظلی) (آسان)

۴- گزینه «۳» ــ چون وتر AB به طول ۹ و C آن را به نسبت ۲ به ۱ قطع کرده است، پس مطابق شکل:



$$AC=۳\,,\ CB=۶$$

از طرف دیگر وتر مینیمم گذرنده از C وتری است که C وسط آن است (وتر MN را در شکل ببینید). **اکنون بنابر روابط طولی می‌توان نوشت:**

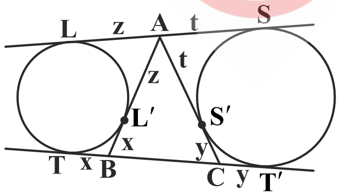
$$MC\times CN=AC\times CB\ \Rightarrow\ x^۲=۳\times ۶\ \Rightarrow\ x=۳\sqrt{۲}$$

در نتیجه:

$$MN=۲x=۶\sqrt{۲}$$

(سراسری ــ ۸۲) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ وتر مینیمم ــ روابط طولی) (متوسط)

۵- گزینه «۴» ــ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. به سادگی و با نمادهای مشخص شده در شکل به سادگی ثابت می‌شود:



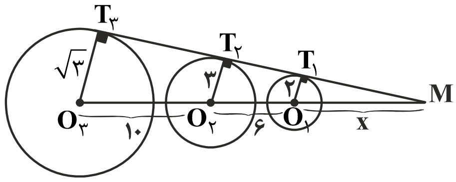
$$\text{محیط مثلث}\ ABC=(x+BC+y)+(z+t)=TT'+LS=۲TT'$$

پس باید طول مماس مشترک خارجی را به‌دست آورده و دو برابر کنیم:

$$TT'=\sqrt{۲۰^۲-۱۲^۲}=\sqrt{۴۰۰-۱۴۴}=۱۶\ \Rightarrow\ \text{محیط}\ \overset{\Delta}{ABC}=۲\times ۱۶=۳۲$$

(هویدی) (پایه یازدهم ــ فصل اول ــ وضع دو دایره ــ مماس مشترک) (دشوار)

۶- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. می‌توان نوشت:

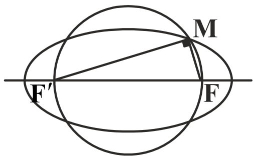


$$\overset{\Delta}{MO_۱T_۱} \sim \overset{\Delta}{MO_۲T_۲} : \frac{x}{x+۶}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow x=۱۲$$

$$\overset{\Delta}{MO_۱T_۱} \sim \overset{\Delta}{MO_۳T_۳} : \frac{۱۲}{۱۲+۱۶}=\frac{۲}{r_۳} \Rightarrow r_۳=\frac{۱۴}{۳}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ وضع دو دایره) (متوسط)

۷- گزینه «۲» ـ بنابر فرض:



$$۲a=۱۰\,,\,۲c=۸ \Rightarrow a=۵\,,\,c=۴$$

در نتیجه:

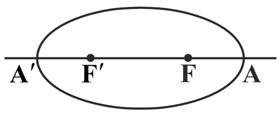
$$b=\sqrt{a^۲-c^۲}=\sqrt{۵^۲-۴^۲}=۳$$

چون زاویه M برابر ۹۰° است، پس M روی دایره‌ای به قطر FF' است. باید $S=\frac{۱}{۲}MF\times MF'$ را به‌دست آوریم. می‌توان نوشت:

$$MF+MF'=۲a=۱۰ \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{MF^۲+MF'^۲}_{FF'^۲=۶۴}+۲MF\times MF'=۱۰۰ \Rightarrow MF\times MF'=۱۸ \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۱۸=۹$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (دشوار)

۸- گزینه «۴» ـ با توجه به صورت سؤال:



$$|FA'|=۴|F'A'|$$

بنابراین:

$$a+c=۴(a-c) \Rightarrow ۵c=۳a \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{۳}{۵}$$

می‌دانیم $\frac{c}{a}=\sqrt{۱-(\frac{b}{a})^۲}$، پس:

$$\frac{۳}{۵}=\sqrt{۱-(\frac{b}{a})^۲} \Rightarrow \frac{۹}{۲۵}=۱-(\frac{b}{a})^۲ \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{۴}{۵}$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ـ از برابری داده شده به‌دست می‌آید:

$$۲MA-MB=۳MA-۶ \Rightarrow MA+MB=۶$$

چون $MA+MB=AB$، پس مکان هندسی M پاره‌خط AB است. (هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» ـ می‌توان نوشت $c=\sqrt{a^۲-b^۲}=۴\sqrt{۲}$، در نتیجه به‌دست می‌آید:

$$S_{PMNF'}=\frac{۱}{۲}(PF'+MN)\times FF'=\frac{۱}{۲}(\frac{b^۲}{a}+\frac{۲b^۲}{a})\times ۲c=\frac{۳b^۲c}{a}=\frac{۳\times ۴\times ۴\sqrt{۲}}{۶}=۸\sqrt{۲}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» ـ می‌توان نوشت:

$$S_{OAB}=\frac{۱}{۲}OA\times OB=\frac{۱}{۲}ab$$

$$S_{BFB'}=\frac{۱}{۲}FF'\times OB=\frac{۱}{۲}\times ۲c\times b=bc$$

بنابر فرض:

$$\frac{۱}{۲}ab=۳bc \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{۱}{۶}=e$$

(آزاد ـ ۷۵) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (متوسط)