

ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۱» - فرض کنید:

$$P(2) = \sqrt{2}t, P(3) = \sqrt{3}t, P(A) = 2\sqrt{2}t, P(12) = 2\sqrt{3}t$$

می‌دانیم:

$$\sqrt{2}t + \sqrt{3}t + 2\sqrt{2}t + 2\sqrt{3}t = 1$$

$$\text{یعنی } t = \frac{1}{3(\sqrt{2} + \sqrt{3})} \text{ بنا براین:}$$

$$P(2) + P(3) = \sqrt{2}t + \sqrt{3}t = (\sqrt{2} + \sqrt{3})t = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{3(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{3}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - احتمال غیرهم‌شانسی) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - بنا بر فرض می‌توان نوشت:

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1, P(a) + P(b) = \frac{1}{4}, P(a) + P(c) = \frac{4}{5}$$

از تساوی اول و دوم نتیجه می‌گیریم $P(c) = \frac{1}{4}$. اکنون مقدار به‌دست آمده را در تساوی سوم قرار می‌دهیم. نتیجه می‌گیریم:

$$P(a) + \frac{1}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow P(a) = \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۲ - احتمال غیرهم‌شانسی) (آسان)

۳- گزینه «۱» - می‌توان نوشت:

$$(A_1 \cap A_2 \cap A_3)' = (A_1' \cup A_2' \cup A_3')$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - پیشامد) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - فرض کنید A ، پیشامد آن است که عدد انتخاب شده مضرب ۴ باشد و B پیشامد آن است که عدد انتخابی مضرب ۹ باشد. بنا بر صورت مسئله باید $P(A \cup B)$ را به‌دست آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{126}{501} + \frac{55}{501} - \frac{14}{501} = \frac{167}{501}$$

توجه کنید که $n(s) = 600 - 99 = 501$ همچنین:

$$100 \leq 4k \leq 600 \Rightarrow 25 \leq k \leq 150 \Rightarrow n(A) = 126$$

$$100 \leq 9k \leq 600 \Rightarrow 12 \leq k \leq 66 \Rightarrow n(B) = 55$$

$$100 \leq 36k \leq 600 \Rightarrow 3 \leq k \leq 16 \Rightarrow n(A \cap B) = 14$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۱ - قوانین احتمال) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - فرض کنید B پیشامد زوج بودن عدد چهار رقمی انتخاب شده و A پیشامد آن باشد که هر ۴ رقم این عدد زوج باشند،

باید $P(A|B)$ را حساب کنیم. می‌دانیم $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$. توجه کنید که:

$$n(B) = \overset{\text{زوج}}{\uparrow} \boxed{5} \times 10 \times 10 \times \overset{\text{صفر نیست}}{\uparrow} \boxed{9}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A \cap B) = n(A) = 4 \times 5 \times 5 \times 5$$

در نتیجه:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4 \times 5 \times 5 \times 5}{9 \times 10 \times 10 \times 5} = \frac{1}{9}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - احتمال شرطی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - فرض کنید A پیشامد مرد بودن اولین مسافر خارج شده و B پیشامد زن بودن دومین مسافر خارج شده باشد. باید $P(A \cap B)$ را حساب کنیم؛ طبق قانون ضرب احتمال $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$. چون در واگن ۵ مرد و ۱۰ زن حضور دارند، پس $P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

همچنین اگر اولین مسافر خارج شده مرد باشد ۴ مرد و ۱۰ زن در واگن می‌مانند، پس $P(B|A) = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ ، در نتیجه:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{21}$$

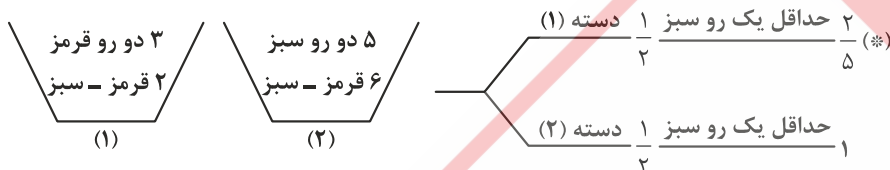
(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - قانون ضرب احتمال) (آسان)

۷- گزینه «۱» - فرض کنید B_i پیشامد انتخاب فرزند i ام خانواده باشد، $i = 1, 2, 3$ و A پیشامد این باشد که فرزند انتخاب شده خواهی بزرگتر از خود داشته باشد.

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - قانون احتمال کلی) (دشوار)

۸- گزینه «۳» - از نمودار درختی زیر استفاده می‌کنیم:



اکنون بنابر قضیه بیز پاسخ را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times 1} = \frac{2}{7}$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - قانون بیز) (دشوار)

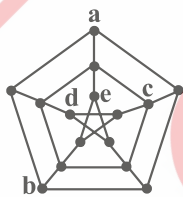
۹- گزینه «۴» - مجموعه بیان شده در گزینه «۴» رأس C را احاطه نمی‌کند، پس این مجموعه احاطه‌گر نیست.

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - مجموعه احاطه‌گر) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - در گراف G از مرتبه P ، عدد احاطه‌گری برابر ۱ است، اگر و فقط اگر در G رأسی از درجه $P-1$ وجود داشته باشد،

بنابراین $\Delta = P-1$. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - عدد احاطه‌گری) (متوسط)

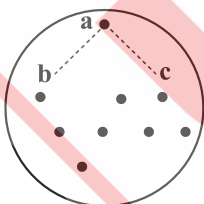
۱۱- گزینه «۳» - با توجه به نام‌گذاری شکل، مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است، پس:



$$\gamma = 5$$

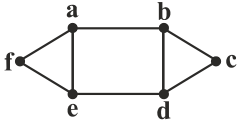
(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - عدد احاطه‌گری) (دشوار)

۱۲- گزینه «۳» -



گراف G با حذف در یال از گراف کامل K_{11} به دست آمده است و چون مینیمم درجه G برابر ۸ است، پس این دو یال حذف شده مجاور هستند، مثلاً ab و cd . اگر D یک احاطه‌گر مینیمال دو عضوی از G باشد، هیچ‌یک از ۸ رأس غیر از a, b و c در D قرار ندارند، چون هر کدام از این ۸ رأس به تنهایی کل G را احاطه می‌کنند، پس $D \subseteq \{a, b, c\}$. اکنون توجه کنید که هر یک از $\{a, b\}$ و $\{a, c\}$ مینیمال هستند، اما مجموعه $\{b, c\}$ مینیمال نیستند، چون اصلاً احاطه‌گر نیست و رأس a توسط آن احاطه نمی‌شود.

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - احاطه‌گر مینیمال) (دشوار)



عدد احاطه‌گری این گراف ۲ است. برای این که مجموعه انتخاب شده ۷- مجموعه باشد، کافی است یک رأس از مثلث راست و یک رأس از مثلث چپ انتخاب کنیم، پس تعداد کل ۷- مجموعه‌ها برابر $3 \times 3 = 9$ است. (کتاب همراه علوی) (فصل دوم - درس ۲ - ۷ - مجموعه) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» - با بررسی گزینه‌ها تنها گزینه «۳» یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. توجه کنید که گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» اصلاً احاطه‌گر نیستند. (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۸) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - مجموعه احاطه‌گر مینیمال) (آسان)

روسی