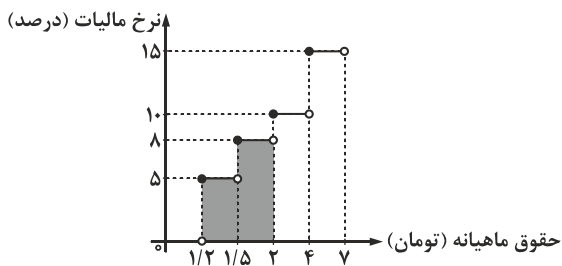


ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» - مطابق نمودار دریافتی کم تر از ۱/۲ میلیون تومان معاف از مالیات است. در محدوده‌های ۱/۲ تا ۱/۵ میلیون تومان ۵ درصد و در محدوده ۱/۵ تا ۲ میلیون تومان ۸ درصد مالیات باید بپردازد. برای شخصی با ۲ میلیون تومان دریافتی داریم:



مساحت هاشور خورده را به دست می آوریم:

$$\text{میلیون تومان } 0.055 = 0.03 \times \frac{5}{100} + 0.07 \times \frac{8}{100} + 0.04 \times \frac{10}{100} + 0.01 \times \frac{15}{100}$$

$$\Rightarrow 0.055 \times 1,000,000 = 55,000 \text{ تومان} = \text{میلیون تومان } 55,000$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع پلکانی) (دشوار)

۲- گزینه «۴» - تابع علامت را با $y = \text{sign}(x)$ نشان می دهند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، فقط $x = -\sqrt{5}$ قابل قبول است. $\Rightarrow x < 0 \Rightarrow \text{sign}(x) = -1 \Rightarrow x = 0$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع علامت) (آسان)

۳- گزینه «۳» - تابع جزء صحیح به همه اعداد بین دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد k را نسبت می دهد و به عدد صحیح k هم خودش یعنی k را نسبت می دهد:

$$\begin{cases} -1 \leq x < 2 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow 0 \leq x+1 < 1 \Rightarrow [x+1] = 0 \\ 0 \leq x < 1 \Rightarrow 1 \leq x+1 < 2 \Rightarrow [x+1] = 1 \\ 1 \leq x < 2 \Rightarrow 2 \leq x+1 < 3 \Rightarrow [x+1] = 2 \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$\left| \frac{x}{3} \right| = -2 \Rightarrow -2 \leq \frac{x}{3} < -1 \xrightarrow{\times 3} -6 \leq x < -3$$

برای به دست آوردن جزء صحیح $\left[-\frac{1}{3}x - 1 \right]$ داریم:

$$-6 \leq x < -3 \xrightarrow{\times \left(-\frac{1}{3}\right)} 2 < -\frac{1}{3}x \leq 1 \xrightarrow{+(-1)} 1 < -\frac{1}{3}x - 1 \leq 0 \Rightarrow 0 < -\frac{1}{3}x - 1 \leq 1$$

چون نامساوی در یک عدد منفی ضرب می شود، جهت تساوی عوض می شود

$$\Rightarrow \left[-\frac{1}{3}x - 1 \right] = 0 \quad 1$$

به عبارت دیگر بین ۱ و صفر، جزء صحیح عبارت صفر می شود، چون ۱ مساوی دارد، خود ۱ نیز شامل می شود.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع جزء صحیح) (دشوار)

۵- گزینه «۲» - تابع با ضابطه $f(x) = |x|$ تابع قدرمطلق نامیده می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow |-2x+5| \Rightarrow \begin{cases} -2x+5 & -2x+5 \geq 0 \\ -(-2x+5) & -2x+5 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+5 & x \leq \frac{5}{2} \\ 2x-5 & x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x+5-8 & x \leq \frac{5}{2} \\ 2x-5-8 & x > \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x-3 & x \leq \frac{5}{2} \\ 2x-13 & x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح می‌باشد. (اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - برای $x \geq -2$ ، نمودار تابع به صورت نیم خطی است که از دو نقطه $(-2, 1)$ و $(0, 3)$ عبور می‌کند، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y-1 = \frac{3-1}{0-(-2)}(x-(-2)) \Rightarrow y-1 = 1(x+2) \Rightarrow y = x+3$$

برای $x < -2$ نیز نمودار تابع به صورت نیم خطی است که از دو نقطه $(-2, 1)$ و $(-3, 2)$ عبور می‌کند، بنابراین معادله آن به صورت زیر است:

$$y-1 = \frac{2-1}{-3-(-2)}(x-(-2)) \Rightarrow y-1 = -1(x+2) \Rightarrow y = -x-1 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x+3 & x \geq -2 \\ -x-1 & x < -2 \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۲ - تابع قدرمطلق) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - ابتدا دامنه $f-g$ را پیدا می‌کنیم:

$$D_f = \{-1, 2\} \quad D_g = \{-1, -3\} \quad D_f \cap D_g = \{-1\} \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-1\}$$

$$f: (-1, 2) \Rightarrow f(-1) = 2 \Rightarrow (f-g)(-1) = f(-1) - g(-1) = 2 - 5 = -3 \Rightarrow f-g = \{(-1, -3)\}$$

$$g: (-1, 5) \Rightarrow g(-1) = 5$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x+1}$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad D_g = \mathbb{R}, g(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{1, -1\} = \mathbb{R} - \{1, -1\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = [x-2] \times \frac{1}{x+3/2} \Rightarrow (f \times g)(x) = \frac{[x-2]}{x+3/2} \Rightarrow$$

$$(f \times g)(4/8) = \frac{[4/8-2]}{4/8+3/2} = \frac{[2/8]}{8/8} \Rightarrow (f \times g)(4/8) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) \\ (f+g)(-6) = f(-6) + g(-6) = -2 \\ g: (-6, a) \Rightarrow g(-6) = a \\ f: (-6, 2) \Rightarrow f(-6) = 2 \end{cases} \Rightarrow a+3 = -2 \Rightarrow a = -2-3 = -5 \Rightarrow a = -5$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)