

آمار و احتمال

۱- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} \text{ر} \rightarrow 6 \times 6 = 36 & \text{دو تاس} \\ \text{پ} \rightarrow 3^3 \times 6 = 48 & \text{سه سکه} \\ & \text{یک تاس} \end{cases} \Rightarrow 36 + 48 = 84$$

(کنکور) (فضای نمونه‌ای) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - در یک خانواده ۶ فرزندی، فضای نمونه‌ای دارای $2^6 = 64$ عضو است.

راه اول: از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

$$n(A') = \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 6 + 1 = 7 \Rightarrow 64 - 7 = 57$$

راه دوم:

$$n(A) = \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 57$$

(تجانب) (پیشامد تصادفی) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$S = \{ (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6), (p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6) \}$$

$$\{ (r, r), (r, p), (p, r), (p, p) \}$$

$$A = \{ (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6), (p, 1), (p, 2), (p, 3), (p, 4), (p, 5), (p, 6) \}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

(تجانب) (احتمال هم‌شانسی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$p(1) = p(2) = p(5) = x$$

$$p(2) = p(4) = p(6) = 3x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$A = \{4, 5, 6\}$$

$$p(A) = p(4) + p(5) + p(6) = 3x + x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$$

(کنکور) (احتمال غیرهم‌شانسی) (آسان)

۵- گزینه «۱» - احتمال انتخاب کارت شماره (۲) را x در نظر می‌گیریم:

$$p(2) = x \quad p(1) = 2p(2) = 2x \quad p(3) = 3p(2) = 3x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) = 1$$

$$x + 2x + 3x = 1 \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$p(3) = 3x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(تجانب) (احتمال غیرهم‌شانسی) (آسان)

۶- گزینه «۳» -

$$A = \{b, c, e\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(\{b, c\})}{p(B)} = \frac{p(\{a, b, c\}) - p(a)}{p(B)} = \frac{p(B) - p(a)}{p(B)}$$

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{8-3}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{5 \times 3}{12 \times 2} = \frac{5}{8}$$

(کنکور) (احتمال شرطی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» -

$$p(A) = 0.6, p(B) = 0.4, p(A|B) = 0.8$$

داریم:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow 0.8 = \frac{p(A \cap B)}{0.4} \Rightarrow p(A \cap B) = 0.32$$

$$p(A') = 1 - p(A) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$p(B'|A') = \frac{p(B' \cap A')}{p(A')} = \frac{p(A \cup B)'}{p(A')} = \frac{1 - p(A \cup B)}{p(A')} = \frac{1 - (p(A) + p(B) - p(A \cap B))}{p(A')}$$

$$= \frac{1 - (0.6 + 0.4 - 0.32)}{0.4} = \frac{0.32}{0.4} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(تجانب) (احتمال شرطی) (دشوار)

۸- گزینه «۴» -

$$p(A|A \cup B) = \frac{p(A \cap (A \cup B))}{p(A \cup B)} = \frac{p(A)}{p(A) + p(B) - p(A \cap B)} = \frac{p(A)}{p(A) + p(B)}$$

(تجانب) (احتمال شرطی) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A : مهره اول سبز باشد.

B : مهره دوم سفید باشد.

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B|A) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

(تجانب) (قانون ضرب احتمال) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} \frac{7}{12} & \text{احتمال مهره سفید ظرف اول} \rightarrow \frac{6}{24} & \text{مهره مربوط به ظرف اول باشد:} \\ \frac{5}{12} & \text{احتمال مهره سفید ظرف دوم} \rightarrow \frac{3}{18} & \text{مهره مربوط به ظرف دوم باشد:} \end{cases}$$

ب مهره از ظرف سوم

$$p(\text{سفید بودن}) = \left(\frac{7}{12} \times \frac{6}{24}\right) + \left(\frac{5}{12} \times \frac{3}{18}\right) = \frac{7}{48} + \frac{5}{72} = \frac{21+10}{144} = \frac{31}{144}$$

(کنکور) (فرمول کلی احتمال) (دشوار)