

۱- گزینه «۲» -

$$(fg)(\sqrt{3}) = f(\sqrt{3}) \times g(\sqrt{3})$$

$$f(\sqrt{3}) = \sqrt{3+1} = 2$$

$$g(\sqrt{3}) = \sqrt{3}(\sqrt{3}) + 1 = 4 \Rightarrow (fg)(\sqrt{3}) = 8$$

(ولیعهدی) (اعمال روی تابع)

۲- گزینه «۲» -

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 4), (3, 2), (4, 3)\}$$

$$g^{-1} = \{(1, 2), (4, 5), (2, 3)\}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1} = g^{-1}(f^{-1}) = \{(2, 2), (5, 5), (3, 3)\}$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۰) (وارون تابع و اعمال روی توابع)

۳- گزینه «۲» -

$$\begin{cases} f(x) = a^x \\ f(3) = 5 \end{cases} \Rightarrow 5 = a^3 \Rightarrow a = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$$f(-2) = a^{-2} = (\sqrt[3]{5})^{-2} = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$$

(ولیعهدی) (تابع نمایی)

۴- گزینه «۳» - با جایگذاری نقطه $x = 0$ عرض از مبدأ یک به دست می آید.

$$f(0) = 3^{(0-1)} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

(ولیعهدی) (تابع نمایی)

۵- گزینه «۳» -

$$a = \log 2 = \log 10^{\frac{1}{5}} = \log 10 - \log 5 = 1 - \log 5 \Rightarrow 1 - a = \log 5$$

(ولیعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۶- گزینه «۱» -

$$\log_3 32 = \alpha \Rightarrow 3^\alpha = 32 \Rightarrow \alpha = 5 \Rightarrow \sqrt[5]{323} = 3$$

(ولیعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۷- گزینه «۳» -

$$\log_5 \sqrt[3]{25} = \alpha \Rightarrow 5^\alpha = \sqrt[3]{25} = 5^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$$

(ولیعهدی) (تابع لگاریتمی و لگاریتم)

۸- گزینه «۲» -

$$3^a = A \Rightarrow \log_3 A = a \quad (I)$$

$$\log_3 9A^2 = \underbrace{\log_3 9}_2 + \underbrace{\log_3 A^2}_{2\log_3 A} = 2 + 2a$$

(سراسری ریاضی ۹۱) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۹- گزینه «۲» - اشتراک $B \neq 1$ و $B > 0$ و $A > 0$: دامنه $\log_B A \Rightarrow$

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ x^2 > 0, x^2 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow (-3, +\infty) - \{\pm 1, 0\}$$

(ولیعهدی) (تابع لگاریتمی و لگاریتم)

۱۰- گزینه «۳» -

$$A = \log_2 \frac{1}{3^{..}} \Rightarrow 2^A = \frac{1}{3^{..}}$$

$$\begin{cases} 2^{-8} = \frac{1}{256} \\ 2^{-9} = \frac{1}{512} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{512} < \frac{1}{3^{..}} < \frac{1}{256} \Rightarrow 2^{-9} < 2^A < 2^{-8} \Rightarrow -9 < A < -8$$

(ولیعهدی) (تابع لگاریتمی و لگاریتم)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\log_v 49 = A \Rightarrow v^A = 49 \Rightarrow A = 2$$

$$\log_A B = 2 \Rightarrow \log_2 B = 2 \Rightarrow 2^2 = B \Rightarrow B = 4$$

(ولبعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} \log_{25} 3 = \frac{1}{2} \log_5 3 \\ \log_5 9 = A \Rightarrow 2 \log_5 3 = A \Rightarrow \log_5 3 = \frac{A}{2} \end{cases} \Rightarrow \log_{25} 3 = \frac{1}{2} \left(\frac{A}{2} \right) = \frac{A}{4}$$

(ولبعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۱۳- گزینه «۱» -

$$D: [x] > 0 \Rightarrow x \geq 1$$

(ولبعهدی) (تابع لگاریتمی و لگاریتم)

۱۴- گزینه «۳» -

$$\log_a 22 = 5 \Rightarrow a^5 = 22 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow ab = (2)(4) = 8$$

$$\log_5 625 = b \Rightarrow 5^b = 625 \Rightarrow b = 4$$

(ولبعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\log_7 50 = \alpha \Rightarrow 7^\alpha = 50$$

$$22 < 50 < 64 \Rightarrow 7^5 < 7^\alpha < 7^6 \Rightarrow 5 < \alpha < 6 \Rightarrow [\alpha] = 5$$

(ولبعهدی) (لگاریتم)

۱۶- گزینه «۱» -

$$r\alpha = S \Rightarrow (1)(\alpha) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

(ولبعهدی) (رادیان)

۱۷- گزینه «۲» -

$$\text{مساحت کل} = \pi(2)^2 = 4\pi$$

$$\text{مساحت قطاع} = \frac{\pi}{2\pi} \times 4\pi = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(ولبعهدی) (رادیان)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{135}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{3\pi}{4}$$

(ولبعهدی) (رادیان)

۱۹- گزینه «۳» -

$$\log_7 (x^2 - 1) = 1 + \log_7 (x + 2) \Rightarrow \log_7 (x^2 - 1) - \log_7 (x + 2) = \log_7 3$$

$$\Rightarrow \log_7 \left(\frac{x^2 - 1}{x + 2} \right) = \log_7 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x + 2} = 3 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\log_7 x - 2 = ? \Rightarrow D: (7, +\infty) \Rightarrow x = 5 \text{ قابل قبول}$$

$$\log_7 2 = \frac{1}{2}$$

(سراسری ریاضی ۸۸) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی)

۲۰- گزینه «۱» -

$$\frac{\log_3 27}{\log_5 125} = \frac{3}{2} = 1$$

(ولبعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم)